INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

Sistemas de amortização de empréstimo

Loan repayment systems

DOI: 10.56238/isevmjv2n4-012
Recebimento dos originais: 23/07/2023
Aceitação para publicação: 14/07/2023

Kelve Barreto da Silva
Graduação em Matemática, Campos de Abaetetuba-FACET

José Francisco da Silva Costa
Doutorado em Física, Faculdade de Formação e Desenvolvimento do Campo-FADECAM
E-mail: jfsc@ufpa.br

Aclailton Costa Rodrigues
Especialização em Educação, Campus universitario do baixo Tocantins-UFPA
E-mail: aclailtonrodrigues73@gmail.com

Nivaldo Silva dos Santos
Graduado em Matemática, Campus de Abaetetuba-FACET
E-mail: nsilvasantos9@gmail.com

Antonio Maria dos Santos Farias
Universidade Estadual do Pará
E-mail: fariastony@hotmail.com

Alexandre dos Santos Farias
Universidade Estadual do Pará
E-mail: alexan.as83@gmail.com

Raimundo Santos Silva
Especialização em Matemática Financeira, Faculdade de Tecnologia e Educação da Amazônia
E-mail: raissilva@19gamil.com

Raimundo das Graças Carvalho de Almeida
Mestrado em Matemática, Universidade Federal do Pará –ICEN
E-mail: ralmeida@ufpa.br

RESUMO
O estudo teve como objetivo analisar a importância dos sistemas de amortização utilizados em empréstimos financeiros por meio de simulações em dois bancos Itaú e Bradesco, com o intuito de facilitar a compreensão sobre qual desses sistemas se torna mais viável e gera mais vantagens ao cliente no momento da realização de um empréstimo. Inicialmente, fez-se uma breve revisão sobre regime de capitalização dos juros, em seguida apresentou-se a fundamentação teórica referente aos sistemas de amortização, utilizando-se, particularmente, os sistemas de amortização constante e francês. Como parte final do trabalho, foi realizada uma pesquisa qualitativo-descritiva com dados coletados a partir de entrevistas semiestruturadas no banco da Amazônia a fim de que fosse possível obter uma melhor compreensão dos sistemas de amortizações onde foi possível simular um empréstimo, comparando os sistemas de amortização oferecidos pelos bancos com

outro sistema, bem como a análise por meio de tabelas e gráficos do sistema mais indicado para se efetuar o empréstimo. Com a pesquisa, foram obtidas consideráveis informações que permitiram analisar o cuidado que deve ter mediante um determinado valor, bem como as taxas de juros e tempo, como fatores importantíssimos para avaliação do valor a ser emprestado. Conclui-se apresentando sugestões que demonstram que os sistemas de amortizações se tornaram ferramentas essenciais utilizados pelos bancos para obter lucros e mais lucros e assim, tornarem-se grandes empresas.

Palavras-chave: Sistemas de Amortização, Empréstimo, Simulação.

1 INTRODUÇÃO

No presente trabalho serão abordados os sistemas de amortização, mais especificadamente os sistemas de amortização constante e francês. Com o intuito de verificar qual desses sistemas é mais viável para o cliente no momento de realização de um empréstimo, fazer-se-á a simulação de dois empréstimos, comparando-os. E por fim com uma pesquisa de campo realizada em uma instituição financeira, mostrará qual desses sistemas é utilizado na agência. O principal objetivo deste trabalho é mostrar a importância e os benefícios que os conhecimentos matemáticos financeiros (MATHIAS E GOMES, 2008), (PUCCINI, 2009) trazem a sociedade, de modo que a pessoa que adquira um empréstimo bancário possa analisar e entender a aplicação dos cálculos envolvidos nesses sistemas utilizados pelos bancos, e assim, podendo no momento da negociação, ponderar melhores benefícios.

Especificamente, mostrar-se-á os tópicos referentes à matemática financeira (BIAOBOCK, 2020) relevante; com o estudo dos principais sistemas de amortização utilizados nas instituições financeiras; de maneira a evidenciar o mais viável aos clientes e aos bancos; e desta forma, trazer maior clareza para aqueles que lidam com essas situações cotidianas. Os métodos utilizados serão pesquisas bibliográficas e revistas e buscas em sítios de pesquisa. Além de pesquisa de campo na agencia do Banco da Amazônia, com questionário direcionado a um empregado bancário sobre os sistemas de amortizações correspondente a taxa Selic (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2020)

Quanto aos objetivos específicos, analisar qual a melhor vantagem de realizar um empréstimo, avaliando taxas de juros e tempo decorridos; Realizar um estudo sistemático sobre a matemática financeira fazendo um desenvolvimento sobre os diferentes regimes de capitalizações e taxas a fim de obter uma melhor compreensão do ramo da matemática financeira; Compreender a partir de uma pesquisa de campo realizado no banco da Amazônia e com questionário semiestruturado a simulação de um empréstimo para que seja possível averiguar até que ponto um determinado empréstimo é satisfatório, levando em conta as taxas de juros e tempo.

Quanto à justificativa, a matemática financeira como área importante da matemática, principalmente referente aos sistemas de amortizações na questão de juros compostos, tem sido um dos grandes aliados de inúmeras empresas bancarias que lucram bilhões devido a esse regime de capitalização. Assim sendo, é conveniente conhecer qual trajetória mais viável se deve prosseguir diante de um a situação de empréstimo de modo que seja possível avaliar três entes importantes: taxas de juros, valor e tempo decorrido.

2 REGIME DE CAPITALIZAÇÃO, TAXA E JUROS SIMPLES E COMPOSTO

Nesse capítulo, faz-se uma pequena abordagem sobre o Regime de Capitalização Simples e Compostos (Juros Simples e Compostos) e os conceitos necessários para o entendimento deste assunto. Assim sendo, aborda-se o Regime de capitalização dos juros, Conceito de juros simples, Montante e capital, Taxa proporcional, Taxa Equivalente, Regime de capitalização simples, Conceito de juro composto, Taxa proporcional, Taxa equivalente, Montante para períodos não inteiros, Taxa nominal, Taxa efetiva. Taxa real e taxa aparente e Regime de capitalização composta. Todos esses tópicos são necessários para sejam se possam obter uma melhor compreensão referente ao capítulo 2, onde serão desenvolvidos os regimes de capitalização de juros compostos referente ao empréstimo bancário.

2.1 CONCEITO DE JUROS SIMPLES

Juro simples é aquele que cresce de forma linear por consequência de ser calculado somente sobre o capital inicial.

Para calcular o valor dos juros deve-se usar a expressão (1):

$$J = C.i.n. \tag{1}$$

Onde: J é o valor do juro simples; C é o capital inicial ou principal; i é a taxa de juro unitária e n é o prazo da aplicação.

Além disso, a partir de transformações algébricas da fórmula (1), obtêm-se as fórmulas básicas que servem tanto para o cálculo dos juros como dos outros valores financeiros, as quais serão vistas a seguir: A fórmula de juro simples só pode ser aplicada se o prazo de aplicação n for expresso na mesma unidade de tempo a que se refere a taxa i considerada.

2.2 MONTANTE E CAPITAL

O montante é a soma do capital com o valor acumulado dos juros. Já o capital ou principal é uma dada quantia em dinheiro aplicada inicialmente em uma operação. Assim, designando o montante por M, o capital por C e o juro por J têm-se a expressão (5):

$$M = C + J \tag{2}$$

Substituindo a fórmula (1) em (2), obtêm-se:

$$M = C + C.i.n \tag{3}$$

Colocando-se C em evidência obtêm-se a seguinte expressão:

$$M = C(1 + i.n) \tag{4}$$

Isolando C em (4), tem-se:

$$C = \frac{M}{(1+i.n)} \tag{5}$$

2.3 TAXA PROPORCIONAL

Duas taxas i e i' são proporcionais quando, seus respectivos valores formam uma proporção com os períodos de tempo n e n' a elas referido, reduzidos à mesma unidade (CRESPO,1999).

Desta forma obtêm-se a proporção:

$$\frac{i}{i'} = \frac{n}{n'} \tag{6}$$

Em (6), as taxas i e i' devem ser ambas percentuais ou ambas unitárias e os períodos n e n' devem se referir à mesma unidade de tempo.

Assim, as taxas de 24% ao ano e 2% ao mês, por exemplo, são proporcionais, pois:

$$\frac{24}{2} = \frac{12}{1} \text{ ou } \frac{0{,}24}{0{,}02} = \frac{12}{1} \text{ (1 ano = 12 meses).}$$

A partir da observação do exemplo acima, pode-se determinar uma fórmula para obter de maneira mais rápida, uma taxa proporcional a outra taxa dada. Basta considerar i como sendo a taxa de juro relativa a um determinado período e i_k a taxa proporcional a ser determinada, relativa à fração $\frac{1}{k}$ do período. Pela relação (6) têm-se:

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

$$\frac{i_k}{i} = \frac{\frac{1}{k}}{1} \Longrightarrow \frac{i_k}{i} = \frac{1}{k},$$

Isto é:

$$i_k = \frac{i}{k} \qquad (7)$$

2.4 TAXA EQUIVALENTE

Duas taxas são equivalentes quando, aplicadas a um mesmo capital, durante um mesmo período, produzem o mesmo juro. Dadas as taxas de juros i, relativa a um período, e i_k, relativa a $\frac{1}{k}$ período, têm-se:

$$j_i = C \cdot i \cdot 1 \text{ e } j_{i_k} = C \cdot i_k \cdot k$$

Supondo i e i_k taxas equivalentes, vem a expressão:

$$j_i = j_{i_k} \Longrightarrow Ci = Ci_k k \Longrightarrow i = i_k k,$$

Isto é:

$$i_k = \frac{i}{k}$$

A fórmula acima nos mostra que as taxas i e i_k são proporcionais. Assim, pode-se concluir que em regime de juro simples, duas taxas proporcionais são equivalentes.

2.5 REGIME DE CAPITALIZAÇÃO SIMPLES

Neste regime os juros incidem somente sobre o capital inicial da operação, não se registrando juros sobre o saldo dos juros acumulados e com isso, os juros tendem a crescer ao longo do tempo de forma linear como em uma progressão aritmética (PA). O entendimento acerca do regime de capitalização simples dar-se-á a partir da análise do exemplo que segue por meio de uma tabela: Uma pessoa faz uma aplicação a um fundo de poupança de R$ 1.000,00 em um banco por um período de 5 meses, recebendo 1% a juros simples ao final de cada mês.

Colocando os dados deste problema na tabela 1 têm-se:

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL
OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

Tabela 1- Representação do cálculo do regime de capitalização simples

Mês	Saldo no início de cada mês ($)	Juro mensal ($)	Crescimento mensal ($)	Saldo ao final de cada mês ($)
1	1.000,00	0,01 x 1.000,00 = 10,00	10,00	1.010,00
2	1.010,00	0,01 x 1.000,00 = 10,00	10,00	1.020,00
3	1.020,00	0,01 x 1.000,00 = 10,00	10,00	1.030,00
4	1.030,00	0,01 x 1.000,00 = 10,00	10,00	1.040,00
5	1.040,00	0,01 x 1.000,00 = 10,00	10,00	1.050,00

Fonte: Autoria própria

Nota-se na tabela o crescimento do saldo mensal e o valor a ser recebido ao final desta aplicação, bem como a incidência dos juros somente sobre o capital inicial de R$ 1.000,00, que consequentemente representa o crescimento linear dos juros que é de R$ 10,00 ao final de cada mês, mostrando assim, o comportamento de uma progressão aritmética.

2.6 CONCEITO DE JURO COMPOSTO

O juro composto é aquele que em cada período financeiro, a partir do segundo, é calculado sobre o montante do período anterior, ou seja, neste tipo de regime de capitalização o juro rende juros. Para obter a fórmula do montante, inicialmente considera-se um capital inicial C, aplicado em regime de juro composto à taxa i, como segue:

Período	**Juro**	**Montante**
1º	$j_1 = C \cdot i$	$M_1 = C + j_1 = C + Ci \Longrightarrow M_1 = C(1+i)$
2º	$j_2 = M_1 \cdot i$	$M_2 = M_1 + j_2 = M_1 + M_1 \cdot i = M_1 \cdot (1+i) =$ $= C(1+i)(1+i) \Longrightarrow M_2 = C(\,1+i)^2$
3º	$j_3 = M_2 \cdot i$	$M_3 = M_2 + j_3 = M_2 + M_2 \cdot i = M_2(1+i) =$ $= C(1+i)(1+i\,)^2 \Longrightarrow M_3 = C(1+i)^3$

Assim, pode-se escrever para o enésimo período:

$$M_n = C(1+i)^n \tag{8}$$

Em (8), tem-se a fórmula do montante em regime de juro composto, também chamada de fórmula fundamental do juro composto, para um número inteiro de períodos. Destaca-se também que o fator $(1+i)^n$ é denominado fator de capitalização ou fator de acumulação de capital.

Para calcular o montante em regime de juro composto é necessário determinar o valor do fator de capitalização, que pode ser calculado por meio de uma calculadora científica que apresente a tecla X^y, caso contrário deve-se fazer o uso da tábua financeira ou dos logaritmos, em particular, neste trabalho de conclusão de curso será utilizada a calculadora científica para facilitar os cálculos do montante em regime de juro composto.

Ainda como consideração, para obter a fórmula que calcula o capital basta utilizar (8), assim obtêm-se:

$$M_n = C(1+i)^n$$
$$C(1+i)^n = M_n$$
$$C = M_n \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

Como $\frac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}$, pode-se escrever a fórmula que nos dá o valor do capital inicial ou principal da seguinte forma:

$$C = M_n(1+i)^{-n} \tag{9}$$

O fator $(1+i)^{-n}$ é denominado fator de descapitalização.

2.7 TAXAS PROPORCIONAL E EQUIVALENTE

O conceito de taxas proporcionais em regime de juro composto é similar ao de juro simples, ou seja, duas taxas são proporcionais quando seus valores formam uma proporção com os tempos a elas referidos, reduzidos à mesma unidade. Assim, sendo i_a uma taxa anual e i_s, i_t, i_b, i_m e i_d taxas, respectivamente, semestral, trimestral, bimestral, mensal e diária, têm-se:

$$i_s = \frac{i_a}{2}; \quad i_t = \frac{i_a}{4}; \quad i_b = \frac{i_a}{6}; \quad i_m = \frac{i_a}{12}; \quad i_d = \frac{i_a}{360}$$

Deste modo, para um período $\frac{1}{k}$ do ano, a taxa proporcional será $\frac{i_a}{k}$, isto é:

$$i_k = \frac{i_a}{k} \tag{10}$$

As taxas equivalentes, referem-se a períodos de tempos diferentes fazendo com que um capital produza o mesmo montante num mesmo tempo. Vale ressaltar que diferentemente do que ocorre em juros simples, em juros compostos, as taxas proporcionais não são equivalentes.

2.8 CÁLCULO DA TAXA EQUIVALENTE

Levando-se em consideração o conceito de taxas equivalentes, pode-se afirmar que o montante produzido pelo capital C, à taxa anual i_a, durante um ano, tem que ser igual ao montante produzido pelo mesmo capital C, durante 12 meses, à taxa mensal i_m, equivalente à taxa anual i_a. Assim, têm-se:

$$M_1 = C(1 + i_a)^1$$
$$M_{12} = C(1 + i_m)^{12}$$

Como M_1 tem que ser igual a M_{12}, considera-se $M_1 = M_{12}$ obtendo-se:

$$C(1 + i_m)^{12} = C(1 + i_a)^1$$
$$(1 + i_m)^{12} = (1 + i_a)^1$$

Logo, têm-se:

$$(1 + i_m)^{12} = 1 + i_a \tag{11}$$

Para o cálculo de outras frações do ano, deve-se utilizar as fórmulas que seguem:

$$(1 + i_d)^{360} = (1 + i_m)^{12} = (1 + i_t)^4 = (1 + i_s)^2 = 1 + i_a \tag{12}$$

2.9 MONTANTES PARA PERÍODOS NÃO INTEIROS

Podem ocorrer situações em que o número de períodos financeiros não seja um número inteiro e neste caso, a fórmula fundamental não serve, pois ao determiná-la foi feita uma suposição de que os juros fossem formados apenas no fim de cada período de capitalização. Desse modo, serão feitas convenções adicionais para se obter o montante para períodos não inteiros. Entre essas convenções, é comum serem adotadas a convenção linear e a exponencial.

Na convenção linear calcula-se os juros do período não- inteiro por interpolação linear e na convenção exponencial os juros do período não- inteiro são calculados utilizando-se a taxa equivalente. Em especial, por ser mais lógica utilizar-se-á a convenção exponencial. Para se deduzir a fórmula do montante para períodos não inteiros deve-se supor um capital C, aplicado em regime de juro composto à taxa i, durante o período $n + \frac{p}{q}$, sendo $p < q$.

Pela convenção exponencial, o capital C renderá juros compostos à taxa i durante os primeiros n períodos. Em seguida, seu montante M_n passará a render juros compostos à taxa i_q (equivalente à taxa i e relativa à fração $\frac{i}{q}$ do período) durante os p períodos iguais a $\frac{1}{q}$. Assim, por dedução chega-se a fórmula (13) do montante para períodos não inteiros:

$$M_{n+\frac{p}{q}} = C(1+i)^{n+\frac{p}{q}} \tag{13}$$

2.10 TAXA NOMINAL E TAXA EFETIVA

A taxa nominal é aquela cujo prazo de capitalização dos juros não coincide com aquele definido para a taxa de juros. Em geral, a taxa nominal é uma taxa anual. Para resolver problemas que trazem em seu enunciado uma taxa nominal, adota-se por convenção, que a taxa por período de capitalização seja proporcional à taxa nominal. A taxa efetiva de juros é a taxa dos juros apurada durante todo o prazo n, sendo formada exponencialmente através dos períodos de capitalização, ou seja, a taxa efetiva é o processo de formação dos juros pelo regime de juros compostos ao longo dos períodos de capitalização.

Para obter a fórmula da taxa efetiva, levar-se-á em consideração a ideia a seguir: Quando oferecemos 6% ao ano e capitalizamos semestralmente a 3%, a taxa de 6% é a taxa nominal e a taxa efetiva é a taxa anual equivalente a 3% semestrais. Logo, sendo i_f a taxa efetiva, têm-se:

$1 + i_f = (1 + 0{,}03)^2 \Longrightarrow i_f = 1{,}06090 - 1 \Longrightarrow i_f = 0{,}06090$, isto é, a taxa efetiva é de $0{,}0609 a.a$ ou $6{,}09\%\ a.a$.

Assim, sendo: i a taxa nominal; i_f a taxa efetiva; k o número de capitalizações para um período da taxa nominal e i_k a taxa por período de capitalização $\left(i_k = \frac{i}{k}\right)$.

Como i_f é equivalente a i_k, têm-se:

$$1 + i_f = (1 + i_k)^k$$

Sendo $i_k = \frac{i}{k}$, obtêm-se a fórmula (14) que calcula a taxa efetiva:

$$1 + i_f = \left(1 + \frac{i}{k}\right)^k \tag{14}$$

2.12 TAXA REAL E TAXA APARENTE

Denomina-se taxa aparente aquela que vigora nas operações correntes (CRESPO, 1999). Quando não há inflação, a taxa aparente é igual à taxa real, porém, quando há inflação, a taxa aparente é formada por um componente correspondente à inflação e outro componente correspondente ao juro real.

Sendo: C o capital inicial; r a taxa real; i a taxa aparente; I a taxa de inflação.

Podem ocorrer os seguintes casos:

- Com uma inflação igual a zero e uma taxa de juros r, o capital inicial transformar-se-á, ao final de um período, em:

$$C(1+r)$$

- Com uma taxa de inflação I, o capital inicial, ao final de um período, equivalerá a:

$$C(1+I)$$

- Com uma taxa de juros r e uma taxa de inflação I, simultaneamente, o capital inicial equivalerá a:

$$C(1+r)(1+I)$$

- Com uma taxa aparente i, o capital inicial se transformará, ao final de um período, em:

$$C(1+i)$$

Como em (III) e (IV) tem-se expressões equivalentes, pois ambas traduzem o valor efetivamente recebido, pode-se fazer a igualdade:

$$C(1+i) = C(1+r)(1+I)$$

Assim, obtêm-se a fórmula (15), que serve para calcular a taxa real e a taxa aparente:

$$(1+i) = (1+r)(1+I) \tag{15}$$

2.13 REGIME DE CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA

No regime de capitalização composta, o juro de cada período é incorporado ao período seguinte, gerando um novo cálculo sobre os juros acumulados, de forma a se comportar como uma progressão geométrica (PG), gerando os chamados “juros sobre juros”. Utilizando o exemplo anterior admita que a aplicação de R$ 1.000,00, traga a rentabilidade de 1% ao final de cada mês a juros compostos, os resultados serão apresentados na tabela 2.

Tabela 2- Representação do cálculo do regime de capitalização composta

Mês	Saldo no início de cada mês ($)	Juros mensal ($)	Crescimento mensal ($)	Saldo ao final de cada mês ($)
1	1.000,00	0,01 x 1.000,00 = 10,00	10,00	1.010,00
2	1.010,00	0,01 x 1.010,00 = 10,10	10,10	1.020,10
3	1.020,10	0,01 x 1.020,10 = 10,20	10,20	1.030,30
4	1.030,30	0,01 x 1.030,30 = 10,30	10,30	1.040,60
5	1.040,60	0,01 x 1.040,60 = 10,41	10,41	1.051,01

Fonte: Acervo do Autor

Pode-se observar na tabela, que no regime de juro composto, o juro produzido no fim de cada mês é somado ao capital que o produziu, passando a render juros, tanto o capital como o juro no mês seguinte. Além disso, pode-se concluir que o montante no regime de juro composto é maior que no regime de juro simples a partir do segundo período.

3 SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

3.1 SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO DE EMPRÉSTIMO

No presente capítulo estudar-se-á os sistemas de amortização constante, francês (Price), misto e suas diferentes formas de amortizar uma dívida. Além disso, fazer-se-á dois exemplos de empréstimo que serão analisados em cada um desses sistemas por meio da construção de tabelas financeiras. Os sistemas de amortização, desenvolvidos basicamente para operações de empréstimos e financiamentos de longo prazo, são as formas de pagamento dos empréstimos, ou seja, estes sistemas tratam basicamente da forma pela qual o principal e os encargos financeiros são restituídos ao credor do capital (NETO 2006; VERAS 2005).

3.1.1 Sistema de amortização constante (SAC) e Amortização (AMORT)

Segundo Neto (2006), no SAC, como o próprio nome indica, as amortizações do principal são sempre constantes, ou seja, são iguais em todo o prazo da operação, isso ocorre porque o valor da amortização é obtido mediante a divisão do capital emprestado pelo número de prestações. Além disso, os juros, por incidirem sobre o saldo devedor, cujo montante decresce após o pagamento de cada amortização, assumem valores decrescentes nos períodos.

Em decorrência do comportamento da amortização e dos juros, as prestações periódicas e sucessivas do sistema de amortização constante são decrescentes em progressão aritmética. A seguir, serão mostradas fórmulas que servirão para facilitar os cálculos do SAC. Os valores da amortização são sempre iguais em todos os períodos e obtidos pela fórmula (19):

$$Amort = \frac{VP}{n} \tag{19}$$

Sendo: VP o valor principal e n o número total de períodos.

Logo:

$$\frac{VP}{n} = Amort_1 = Amort_2 = Amort_3 = \cdots = Amort_n$$
$$VP = Amort_1 + Amort_2 + Amort_3 + \cdots + Amort_n$$

3.1.1.1 Saldo devedor (SD), Juros e prestação (PT)

O saldo devedor é decrescente em progressão aritmética (PA) pelo valor constante da amortização. Para calcular o saldo devedor utiliza-se (20).

$$SD_n = SD_{n-1} - Amort \tag{20}$$

Sendo: SD_n o saldo devedor do período; SD_{n-1} o saldo devedor do período anterior e $Amort$ o valor da amortização. Nota-se de (20) que o saldo devedor do período seguinte será igual ao do período anterior menos a amortização. Sendo $0 < n$ (considerando o período 0 apenas como o início da dívida), têm-se:

$$n = 1;\ SD_1 = SD_{1-1} - Amort \Rightarrow SD_1 = SD_0 - Amort$$
$$n = 2;\ SD_2 = SD_1 - Amort \Rightarrow SD_2 = SD_0 - 2Amort$$
$$n = 3;\ SD_3 = SD_2 - Amort \Rightarrow SD_3 = SD_0 - 3Amort$$

Assim, conclui-se que:

$$SD_n = SD_0 - n\,.\,Amort \tag{21}$$

Os juros por incidirem sobre o saldo devedor tem uma redução constante ao longo dos períodos, comportando-se como uma PA decrescente. Sendo i, a taxa de juros, usa-se (22) para calcular os juros em cada período. Para um período qualquer t, têm-se:

$$J_t = \left(VP - \frac{VP}{n} - \frac{VP}{n} - \cdots - \frac{VP}{n}\right).i$$

$$J_t = \left(VP - \frac{(t-1)VP}{n}\right).i$$

$$J_t = \left(\frac{VP.n - (t-1)VP}{n}\right).i$$

$$J_t = \left(\frac{VP[n-(t-1)]}{n}\right).i$$

Desta forma, obtêm-se:

$$J_t = \tfrac{VP}{n}.(n - t + 1).i \tag{22}$$

A prestação é a soma da amortização com os juros. Para calculá-la, deve-se utilizar (23).

$$PT = Amort + J$$

$$PT = \frac{VP}{n} + \left[\frac{VP}{n}.(n - t + 1).i\right]$$

Assim:

$$PT = \tfrac{VP}{n}[1 + (n - t + 1).i] \tag{23}$$

Agora, utilizar-se-á os exemplos 1 e 2 que servirão como base para a análise dos empréstimos nos sistemas de amortização abordados neste trabalho.

Exemplo 1: O dono de uma indústria têxtil com o intuito de aumentar sua produção, faz um empréstimo junto ao banco no valor de R$ 400.000,00 para o investimento em novas máquinas, a taxa de juros atribuída a este valor foi de 13,8% ao semestre, para ser pago em prestações semestrais num prazo de 4 anos adotando o sistema de amortização constante.

Na tabela (3) mostrar-se-á os valores obtidos nesta operação por meio do cálculo do SAC.

Tabela 3: Sistema de amortização constante sem carência

Período (Semestre)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação (R$)
0	400.000,00	-	-	-
1	350.000,00	50.000,00	55.200,00	105.200,00
2	300.000,00	50.000,00	48.300,00	98.300,00

3	250.000,00	50.000,00	41.400,00	91.400,00
4	200.000,00	50.000,00	34.500,00	84.500,00
5	150.000,00	50.000,00	27.600,00	77.600,00
6	100.000,00	50.000,00	20.700,00	70.700,00
7	50.000,00	50.000,00	13.800,00	63.800,00
8	-	50.000,00	6.900,00	56.900,00
Total	-	400.000,00	248.400,00	648.400,00

Fonte: Autoria própria

Exemplo 2: Um casal a fim de iniciar sua vida de casados, decide fazer um empréstimo no valor de R$ 160.000,00 para comprar um imóvel a uma taxa de juros de 7,2% ao ano, para ser quitado num prazo de 25 anos. Apresentando em seu contrato um acordo constando que, a prestação de cada período (ano), será dividida igualmente em 12 parcelas mensais adotando o sistema de amortização constante. Na tabela (4) ver-se-á os cálculos e valores correspondentes a este empréstimo.

Tabela 4 - Sistema de amortização constante sem carência

Período (Ano)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação anual (R$)	Prestação mensal
0	160.000,00	-	-	-	
1	153.600,00	6.400,00	11.520,00	17.920,00	1493,33
2	147.200,00	6.400,00	11.059,20	17.459,20	1454,93
3	140.800,00	6.400,00	10.598,40	16.998,40	1416,53
4	134.400,00	6.400,00	10.137,60	16.537,60	1378,13
5	128.800,00	6.400,00	9.676,80	16.076,80	1339,73
6	121.600,00	6.400,00	9.216,00	15.616,00	1301,33
7	115.200,00	6.400,00	8.755,20	15.155,20	1262,93
8	108.800,00	6.400,00	8.294,40	14.694,40	1224,53
9	102.400,00	6.400,00	7.833,60	14.233,60	1186,13
10	96.000,00	6.400,00	7.372,80	13.772,80	1147,73
11	89.600,00	6.400,00	6.912,00	13.312,00	1109,33
12	83.200,00	6.400,00	6.451,20	12.851,20	1070,93
13	76.800,00	6.400,00	5.990,40	12.390,40	1032,53
14	70.400,00	6.400,00	5.529,60	11.929,60	994,13
15	64.000,00	6.400,00	5.068,80	11.468,80	955,73
16	57.600,00	6.400,00	4.608,00	11.008,00	917,33
17	51.200,00	6.400,00	4.147,20	10.547,20	878,93
18	44.800,00	6.400,00	3.686,40	10.086,40	840,53
19	38.400,00	6.400,00	3.225,60	9.625,60	802,13
20	32.000,00	6.400,00	2.764,80	9.164,80	763,73
21	25.600,00	6.400,00	2.304,00	8.704,00	725,33
22	19.200,00	6.400,00	1.843,20	8.243,20	686,93
23	12.800,00	6.400,00	1.382,40	7.782,40	648,53
24	6.400,00	6.400,00	921,60	7.321,60	610,13
25	-	6.400,00	460,80	6.860,80	571,73
Total	-	160.000,00	149.760,00	309.760,00	

Fonte: Autoria própria

Observa-se que, de fato, as amortizações são iguais em todos os períodos, obtendo-as da divisão do valor principal pelo número de prestações. A maneira com que seus juros são calculados é tão simples quanto o cálculo de suas amortizações. Pois, seus valores são encontrados da multiplicação de seu saldo devedor sobre a taxa de juros estipulada. No primeiro período calcula-se o valor do principal multiplicado pela taxa de juros, desta forma encontrando o valor dos juros deste período.

Como suas prestações são obtidas através da soma da amortização mais os juros, logo, obtêm-se a primeira parcela a ser paga. No segundo período segue-se o mesmo raciocínio, calculando o saldo devedor remanescente deste tempo multiplicado pela taxa de juros e, somando-os estes à amortização, têm-se a prestação do segundo período e seguindo desta forma aos períodos restante.

Nota-se que pelo fato de suas amortizações serem constantes, seu saldo devedor decairá aritmeticamente em todos os períodos, dessa mesma maneira acontece com os juros por incidirem sobre o saldo devedor, já que este implica diretamente sobre os valores de cada prestação, pois é a diferença do valor da primeira prestação para a segunda, da segunda para a terceira e assim por diante. Logo, sua forma de pagamento é decrescente.

3.1.1.2 Sistema de amortização constante com carência

Para mostrar como é feito o cálculo deste sistema com carência, utilizar-se-á o Exemplo 1. Na tabela (5), ver-se-á o SAC com carência de 2 anos e pagamento dos juros.

Tabela 5- Sistema de Amortização Constante com carência de 2 anos e pagamento dos juros

Período (Semestre)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação (R$)
0	400.000,00	-	-	-
1	400.000,00	-	55.200,00	55.200,00
2	400.000,00	-	55.200,00	55.200,00
3	400.000,00	-	55.200,00	55.200,00
4	400.000,00	-	55.200,00	55.200,00
5	350.000,00	50.000,00	55.200,00	105.200,00
6	300.000,00	50.000,00	48.300,00	98.300,00
7	250.000,00	50.000,00	41.400,00	91.400,00
8	200.000,00	50.000,00	34.500,00	84.500,00
9	150.000,00	50.000,00	27.600,00	77.600,00
10	100.000,00	50.000,00	20.700,00	70.700,00
11	50.000,00	50.000,00	13.800,00	63.800,00
12	-	50.000,00	6.900,00	56.900,00
Total	-	400.000,00	469.200,00	869.200,00

Fonte: Autoria própria

Na tabela (5) os juros são pagos durante a carência. Portanto, nos quatro primeiros períodos correspondentes aos 2 anos de carência, as parcelas a serem quitadas serão os juros recorrentes ao valor principal.

Após o término do período de carência, inicia-se o pagamento da amortização somado aos juros, assim a extinção da dívida assume forma idêntica ao SAC sem carência.

Na tabela (6), mostrar-se-á o SAC com carência e capitalização dos juros.

Tabela 6- Sistema de Amortização Constante com carência de 2 anos e capitalização dos juros

Período (Semestre)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação (R$)
0	400.000,00	-	-	-
1	455.200,00	-	-	-
2	518.017,60	-	-	-
3	589.504,03	-	-	-
4	670.855,59	-	-	-
5	350.000,00	50.000,00	363.433,65	413.433,65
6	300.000,00	50.000,00	48.300,00	98.300,00
7	250.000,00	50.000,00	41.400,00	91.400,00
8	200.000,00	50.000,00	34.500,00	84.500,00
9	150.000,00	50.000,00	27.600,00	77.600,00
10	100.000,00	50.000,00	20.700,00	70.700,00
11	50.000,00	50.000,00	13.800,00	63.800,00
12	-	50.000,00	6.900,00	56.900,00
Total	-	400.000,00	469.110,59	956.633,65

Esta tabela demonstra a amortização da dívida sem o pagamento dos juros, com estes sendo acrescidos ao saldo devedor, capitalizando-os a critérios de juros compostos. Logo, ao final do primeiro semestre acrescido a taxa de 13,8% ao saldo devedor, obtêm-se o saldo devedor do semestre seguinte e desta forma ocorrendo para os demais períodos.

No quinto semestre calcula-se novamente o saldo devedor pela taxa de juros, assim encontra-se o montante final desses juros após a carência, de modo que neste período inicia-se a quitação das amortizações periódicas com o pagamento de todos os juros capitalizados durante a carência. A partir deste período a dívida será quitada similarmente ao SAC sem carência. Na tabela 7, mostrar-se-á o SAC com carência de 2 anos com capitalização dos juros acrescidos ao saldo devedor.

Tabela 7- Sistema de Amortização Constante com carência de 2 anos com capitalização dos juros acrescidos ao saldo devedor.

Período (Semestre)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação (R$)
0	400.000,00	-	-	-
1	455.200,00	-	-	-
2	518.017,60	-	-	-
3	589.504,03	-	-	-
4	670.855,59	-	-	-
5	586.998,65	83.856,95	92.578,07	176.435,02
6	503.141,70	83.856,95	81.005,81	164.862,76
7	419.284,75	83.856,95	69.433,55	153.290,50
8	335.427,80	83.856,95	57.861,29	141.718,24

9	251.570,85	83.856,95	46.289,04	130.145,99
10	167.713,90	83.856,95	34.714,78	118.573,73
11	83.856,95	83.856,95	23.144,52	107.001,47
12	-	83.856,94	11.572,26	95.429,20
Total	-	670.855,59	416.599,32	1.087.454,91

Fonte: Autoria própria

Na tabela (7) os juros são capitalizados da mesma forma que na tabela (6), porém na tabela (7) a partir do quinto semestre os juros são distribuídos igualmente no fluxo de amortização, após esse período a dívida atua de forma idêntica ao SAC sem carência, com suas amortizações constantes.

3.1.2 Sistema de amortização francês (SAF) – Price

De acordo com Neto (2006), no SAF ao contrário do SAC, as prestações devem ser iguais, periódicas e sucessivas do início ao fim do contrato. Neste sistema, os juros, por incidirem sobre o saldo devedor, são decrescentes e as amortizações assumem valores crescentes, com isso, a soma da amortização com os juros permanece sempre igual ao valor prestação.

A seguir, mostrar-se-á fórmulas básicas que servirão para facilitar os cálculos do SAF.

3.1.2.1 Prestação (PT); juros (J) e amortização (AMORT) e saldo devedor (SD)

As prestações deste sistema são obtidas pela fórmula (24).

$$PT = VP \cdot \left(\frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right) \tag{24}$$

Os juros incidem sobre o saldo devedor de cada período. A expressão de cálculo de juros pode ser ilustrada da seguinte maneira:

$$J_1 = SD_0 \cdot i = VP \cdot i$$
$$J_2 = SD_1 \cdot i = (VP - Amort_1) \cdot i$$
$$J_3 = SD_2 \cdot i = (VP - Amort_1 - Amort_2) \cdot i$$

Desta forma, para um período n qualquer, obtêm-se a fórmula (25) que serve para calcular os juros.

$$J_n = SD_{n-1} \cdot i \tag{25}$$

A amortização deste sistema assume uma forma crescente, pois é obtida pela diferença entre o valor da prestação e o dos juros. Assim, têm-se:

$$Amort = PT - J$$

Sendo: PT o valor da prestação e J o valor dos juros.

A amortização do primeiro e do segundo período expressa-se por:

$$Amort_1 = PT - J_1$$
$$Amort_2 = PT - J_2$$

Assim, o valor da amortização em um período qualquer n, é calculado pela fórmula (26).

$$A_n = PT - J_n \tag{26}$$

O saldo devedor é calculado, para cada período, pela diferença entre o valor devido no início do intervalo de tempo e a amortização do período. Com isso, têm-se:

$$SD_1 = VP - Amort_1$$
$$SD_2 = SD_1 - Amort_2$$

Assim, para calcular o saldo devedor em um período qualquer n, utiliza-se a fórmula (27).

$$SD_n = SD_{n-1} - Amort_n \tag{27}$$

Agora utilizar-se-á o Exemplo 1 para mostrar o cálculo do SAF. Na tabela (8) mostrar-se-á os valores obtidos nesta operação por meio do cálculo do SAF.

Tabela 8- Sistema de Amortização Francês sem carência

Período (Semestre)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação (R$)
0	400.000,00	-	-	-
1	369.549,78	30.450,22	55.200,00	85.650,22
2	334.897,43	34.652,35	50.997,87	85.650,22
3	295.463,06	39.434,37	46.215,85	85.650,22
4	250.586,74	44.876,32	40.773,90	85.650,22
5	199.517,49	51.069,25	34.580,97	85.650,22
6	141.400,68	58.116,81	27.533,41	85.650,22
7	75.263,75	66.136,93	19.513,29	85.650,22
8	-	75.263,75	10.386,40	85.650,15
Total	-	400.000,00	285.201,69	685.201,69

Fonte: Autoria própria

Utilizar-se-á a seguir o exemplo 2 para mostrar o cálculo do SAF. Ver-se-á na tabela (9) os valores adquiridos neste empréstimo através do cálculo do SAF.

Tabela 9- Sistema de Amortização Francês sem carência

Período (Ano)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação (R$)
0	160.000,00	-	-	-
1	157.542,04	2.457,96	11.520,00	13.977,96
2	154.907,11	2.634,93	11.343,03	13.977,96
3	152.082,46	2.824,65	11.153,31	13.977,96
4	149.054,44	3.028,02	10.949,94	13.977,96
5	145.808,40	3.246,04	10.731,92	13.977,96
6	142.328,65	3.479,75	10.498,21	13.977,96
7	138.598,35	3.730,30	10.247,66	13.977,96
8	134.599,47	3.998,88	9.979,08	13.977,96
9	130.312,67	4.286,80	9.691,16	13.977,96
10	125.717,22	4.595,45	9.382,51	13.977,96
11	120.790,90	4.926,32	9.051,64	13.977,96
12	115.509,89	5.281,01	8.696,95	13.977,96
13	109.848,64	5.661,25	8.316,71	13.977,96
14	103.779,78	6.068,86	7.909,10	13.977,96
15	97.273.96	6.505,82	7.472,14	13.977,96
16	90.299,73	6.974,23	7.003,73	13.977,96
17	82.823,35	7.476,38	6.501,58	13.977,96
18	74.808,67	8.014,68	5.963,28	13.977,96
19	66.216,96	8.591,71	5.386,22	13.977,96
20	57.006,62	9.210,34	4.767,62	13.977,96
21	47.133,14	9.873,48	4.104,48	13.977,96
22	36.548,77	10.584,37	3.393,59	13.977,96
23	25.202,32	11.346,45	2.631,51	13.977,96
24	13.038,93	12.163,39	1.814,57	13.977,96
25	-	13.038,93	938,80	13.977,73
Total	-	160.000,00	189.448,74	349.448,77

Fonte: Autoria própria

Este sistema tem como característica prestações idênticas em todos os períodos, sendo necessário primeiramente encontrar o valor das mesmas, para então calcular suas amortizações. O saldo devedor assume uma forma decrescente por consequência da eliminação da amortização de cada período na medida em que forem quitadas, e da mesma forma os juros diminuem por serem calculados sobre o saldo devedor, tornando-se inversamente proporcionais à amortização, ou seja, enquanto os juros decrescem suas amortizações crescem, para que ambos somados acarretem na igualdade das prestações.

Portanto, nota-se que, encontrado o valor das prestações os demais valores são obtidos de forma sequencial em cada período.

3.1.2.2 Sistema de amortização francês com carência

A seguir, mostrar-se-á como é efetuado o cálculo do SAF com carência, utilizando-se o exemplo 1.

Em (10), ver-se-á o SAF com carência de 2 anos e pagamento dos juros.

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL
OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

Tabela 10- Sistema de Amortização Francês com carência de 2 anos e pagamento dos juros

Período (Semestre)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação (R$)
0	400.000,00	-	-	-
1	400.000,00	-	55.200,00	55.200,00
2	400.000,00	-	55.200,00	55.200,00
3	400.000,00	-	55.200,00	55.200,00
4	400.000,00	-	55.200,00	55.200,00
5	369.549,78	30.450,22	55.200,00	85.650,22
6	334.897,43	34.652,35	50.997,87	85.650,22
7	295.463,06	39.434,37	46.215,85	85.650,22
8	250.586,74	44.876,32	40.773,90	85.650,22
9	199.517,49	51.069,25	34.580,97	85.650,22
10	141.400,68	58.116,81	27.533,41	85.650,22
11	75.263,75	66.136,93	19.513,29	85.650,22
12	-	75.263,75	10.386,40	85.650,15
Total	-	400.000,00		

Fonte: Autoria própria

A tabela (10) é similar à tabela do SAF sem carência, tendo como única diferença o pagamento do valor dos juros, que são obtidos da multiplicação da taxa pelo saldo devedor nos períodos de carência. Para a sequência dos semestres segue-se o mesmo raciocínio do sistema sem carência, com suas prestações iguais, juros decrescentes e amortizações crescentes.

Na tabela (11), mostrar-se-á o SAF com carência e capitalização dos juros.

Tabela 11- Sistema de Amortização Francês com carência de 2 anos e capitalização dos juros

Período (Semestre)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação (R$)
0	400.000,00	-	-	-
1	455.200,00	-	-	-
2	518.017,60	-	-	-
3	589.504,03	-	-	-
4	670.855,59	-	-	-
5	619.786,35	51.069,24	92.578,07	143.647,31
6	561.669,56	58.116,79	85.530,52	143.647,31
7	495.532,65	66.136,91	77.510,40	143.647,31
8	420.268,85	75.263,80	68.383,51	143.647,31
9	334.618,64	85.650,21	57.997,10	143.647,31
10	237.148,70	97.469,94	46.177,37	143.647,31
11	126.227,91	110.920,79	32.726,52	143.647,31
12	-	126.227,91	17.419,45	143.647,36
Total	-	670.855,59	478.322,94	1.149.178,53

Fonte: Autoria própria

A tabela (11) mostra a capitalização dos juros durante o período de carência, os juros ao invés de serem pagos durante a carência são somados ao saldo devedor durante os quatro semestres. No quinto semestre iniciará o pagamento da dívida, com isso são feitos novos cálculos para serem obtidos os valores das prestações, e consequentemente dos juros e amortizações.

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL
OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

Deste modo, o sistema aqui evidenciado, assume forma de cálculos idênticos ao SAF sem carência.

3.1.3 Análise entre SAC e SAF

Na tabela (12), mostram-se os resultados obtidos no SAC e SAF utilizados no exemplo 1.

Tabela 12- Resultados obtidos nos sistemas de amortização SAC e SAF

SAC					SAF				
Período (Semestre)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação (R$)	Período (Semestre)	Saldo Devedor (R$)	Amortização (R$)	Juros (R$)	Prestação (R$)
0	400.000,00	-	-	-	0	400.000,00	-	-	-
1	350.000,00	50.000,00	55.200,00	105.200,00	1	369.549,78	30.450,22	55.200,00	85.650,22
2	300.000,00	50.000,00	48.300,00	98.300,00	2	334.897,43	34.652,35	50.997,87	85.650,22
3	250.000,00	50.000,00	41.400,00	91.400,00	3	295.463,06	39.434,37	46.215,85	85.650,22
4	200.000,00	50.000,00	34.500,00	84.500,00	4	250.586,74	44.876,32	40.773,90	85.650,22
5	150.000,00	50.000,00	27.600,00	77.600,00	5	199.517,49	51.069,25	34.580,97	85.650,22
6	100.000,00	50.000,00	20.700,00	70.700,00	6	141.400,68	58.116,81	27.533,41	85.650,22
7	50.000,00	50.000,00	13.800,00	63.800,00	7	75.263,75	66.136,93	19.513,29	85.650,22
8	-	50.000,00	6.900,00	56.900,00	8	-	75.263,75	10.386,40	85.650,15
Total	-	400.000,00	248.400,00	648.400,00	Total	-	400.000,00	285.201,69	685.201,69

Tabela 12 anterior, pode-se observar que para um mesmo empréstimo, no SAC os valores das prestações inicialmente são maiores e decrescentes, com isso ao término do contrato paga-se menos juros que no SAF, que ao contrário do SAC, inicia com prestações menores e fixas que acabam aumentando o valor total dos juros pagos no fim do empréstimo.

4 COMPARAÇÃO ENTRE OS SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO FEITOS EM SIMULAÇÕES DE CRÉDITOS

No presente capítulo apresentar-se-á duas simulações de créditos em diferentes bancos que serão calculadas em tabelas utilizando-se os sistemas de amortização francês (SAF), as quais posteriormente serão calculadas usando o sistema de amortização constante (SAC), comparando o valor total dos juros e das prestações pagas em cada um dos empréstimos de acordo com o

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL
OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

sistema de amortização oferecido pelo banco. finalizando o mesmo com uma análise de vantagens e desvantagens em relação a esses três sistemas de amortização.

4.1 SIMULAÇÕES DE CRÉDITOS

Nesta seção serão apresentadas duas simulações relacionadas aos sistemas de amortização, bem como a utilização de gráficos que irão facilitar o entendimento entre a comparação do SAF e do SAC.

4.1.1 Simulação de crédito pessoal no banco Bradesco

Neste banco, foi feita uma simulação de empréstimo no valor de $R\$10.000,00$. Na tabela 14 ver-se-á as condições exigidas pelo Bradesco para a realização desse empréstimo.

Tabela 14- Dados do contrato de empréstimo

Sistema de amortização	Valor emprestado	Valor da parcela	Taxa de juros (a.a) %	Taxa de juros (a.m) %	Prazo (meses)	CET (a.a) %	CET (a.m) %	Valor (IOF)
SAF	10000,00	856,68	145,46	7,77	36	157,60	8,20	330,82

Fonte: Autoria própria

A partir dos dados da tabela 14 são feitos os cálculos utilizando-se o SAF para a obtenção dos valores mensais a serem pagos no empréstimo em questão, como se vê na tabela 15.

Neste banco, foi feita uma simulação de empréstimo no valor de $R\$10000,00$ sendo que o Bradesco utiliza o sistema de amortização francês (SAF) para amortizar a dívida. Assim, ver-se-á na tabela (15) os valores obtidos em cada mês por meio do uso do (SAF):

Tabela 15- Simulação de quitação de empréstimo utilizando o SAF

PERÍODO (MÊS)	SALDO DEVEDOR (R$)	AMORTIZAÇÃO (R$)	JUROS (R$)	PRESTAÇÃO (R$)
0	10.000,00	-	-	-
1	9.948,97	51,03	820,00	871,03
2	9.893,76	55,21	815,82	871,03
3	9.834,02	59,74	811,29	871,03
4	9.769,38	64,64	806,39	871,03
5	9.699,44	69,94	801,09	871,03
6	9.623,76	75,68	795,35	871,03
7	9.541,88	81,88	789,15	871,03
8	9.453,28	88,60	782,43	871,03
9	9.357,42	95,86	775,17	871,03
10	9.253,70	103,72	767,31	871,03
11	9.141,47	112,23	758,80	871,03

12	9.020,04	121,43	749,60	871,03
13	8.888,65	131,39	739,64	871,03
14	8.746,49	142,16	728,87	871,03
15	8.592,67	153,82	717,21	871,03
16	8.426,24	166,43	704,60	871,03
17	8.246,16	180,08	690,95	871,03
18	8.051,32	194,84	676,19	871,03
19	7.840,50	210,82	660,21	871,03
20	7.612,39	228,11	642,92	871,03
21	7.365,58	246,81	624,22	871,03
22	7.098,53	267,05	603,98	871,03
23	6.809,58	288,95	582,08	871,03
24	6.496,94	312,64	558,39	871,03
25	6.158,66	338,28	532,75	871,03
26	5.792,64	366,02	505,01	871,03
27	5.396,61	396,03	475,00	871,03
28	4.968,10	428,51	442,52	871,03
29	4.504,45	463,65	407,38	871,03
30	4.002,79	501,66	369,37	871,03
31	3.459,99	542,80	328,23	871,03
32	2.872,68	587,31	283,72	871,03
33	2.237,21	635,47	235,56	871,03
34	1.549,63	687,58	183,45	871,03
35	805,67	743,96	127,07	871,03
36	-	805,67	66,06	871,73
TOTAL	-	**10.000,00**	**21.357,78**	**31.357,78**

Fonte: Autoria própria

Agora, afim de (para) comparar o sistema de amortização mais viável a ser utilizado nesse empréstimo, será analisada na tabela (16) a amortização da dívida utilizando-se o SAC.

Tabela 16- Simulação de quitação de empréstimo utilizando o SAC

PERÍODO (MÊS)	SALDO DEVEDOR (R$)	AMORTIZAÇÃO (R$)	JUROS (R$)	PRESTAÇÃO (R$)
0	10.000,00	-	-	-
1	9722,23	277,77	820,00	1.097,77
2	9444,46	277,77	797,22	1.074,99
3	9166,69	277,77	774,45	1.052,22
4	8888,92	277,77	751,67	1.029,44
5	8611,15	277,77	728,89	1.006,66
6	8333,38	277,77	706,11	983,88
7	8055,61	277,77	683,34	961,11
8	7777,84	277,77	660,56	938,33
9	7500,07	277,77	637,78	915,55
10	7222,30	277,77	615,01	892,78
11	6944,53	277,77	592,23	870,00
12	6666,76	277,77	569,45	847,22
13	6388,99	277,77	546,67	824,44
14	6111,22	277,77	523,90	801,67
15	5833,45	277,77	501,12	778,89
16	5555,68	277,77	478,34	756,11
17	5277,91	277,77	455,57	733,34
18	5000,14	277,77	432,79	710,56

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL
OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

19	4722,37	277,77	410.01	687,78
20	4444,60	277,77	387,23	665,00
21	4166,83	277,77	364,46	642,23
22	3889,06	277,77	341,68	619,45
23	3611,29	277,77	318,90	596,67
24	3333,52	277,77	296,13	573,90
25	3055,75	277,77	273,35	551,12
26	2777,98	277,77	250,57	528,34
27	2500,21	277,77	227,79	505,56
28	2222,44	277,77	205,02	482,79
29	1944,64	277,77	182,24	460,01
30	1666,90	277,77	159,46	437,23
31	1389,13	277,77	136,69	414,46
32	1111,36	277,77	113,91	391,68
33	833,59	277,77	91,13	368,90
34	555,82	277,77	68,35	346,12
35	278,05	277,77	45,58	323,35
36	-	278,05	22,80	300,85
TOTAL	-	**10.000,00**	**15.170,40**	**25.170,40**

Fonte: Autoria própria

Para facilitar a compreensão com relação ao valor total dos juros e das prestações pagas nesse empréstimo utilizando-se o SAF e o SAC, mostrar-se-á a tabela (17) e posteriormente o gráfico envolvendo os dois sistemas de amortização que servirão de utensílio para comparar e indicar o melhor sistema de amortização para o pagamento do empréstimo de $R\$10.000,00$.

Tabela 17- Representação dos valores totais de juros e prestações pagas no SAF e no SAC

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO	TOTAL DA AMORTIZAÇÃO PAGA	TOTAL DE JUROS PAGOS (R$)	TOTAL DE PRESTAÇÕES PAGAS (R$)
SAF	10.000,00	21.357,78	31.357,78
SAC	10.000,00	15.170,40	25.170,40

Fonte: Autoria própria

4.1.2 Simulação de crédito pessoal no banco itaú

Neste banco, foi feita uma simulação de empréstimo no valor de $R\$10.000,00$. Na tabela 18 ver-se-á as condições exigidas pelo Itaú para a realização desse empréstimo.

Tabela 18- Dados do contrato de empréstimo

Sistema de amortização	Valor emprestado	Valor da parcela	Taxa de juros (a.a) %	Taxa de juros (a.m) %	Prazo (meses)	CET (a.a) %	CET (a.m) %	Valor (IOF)
SAF	10000,00	1.003,16		7,77%	36	202,77 %	9,67%	

Fonte: Autoria própria

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

A partir dos dados da tabela 18 são feitos os cálculos utilizando-se o SAF para a obtenção dos valores mensais a serem pagos no empréstimo em questão, como se vê na tabela 19.

Tabela 19- Simulação de quitação de empréstimo utilizando o SAF

PERÍODO (MÊS)	SALDO DEVEDOR (R$)	AMORTIZAÇÃO (R$)	JUROS (R$)	PRESTAÇÃO (R$)
0	10.000,00	-	9,67%	-
1	9.963,84	36,16	967,00	1.003,16
2	9.924,18	39,66	963,50	1.003,16
3	9.880,69	43,49	959,67	1.003,16
4	9.832,99	47,70	955,46	1.003,16
5	9.780,68	52,31	950,85	1.003,16
6	9.723,31	57,37	945,79	1.003,16
7	9.660,39	62,92	940,24	1.003,16
8	9.591,39	69,00	934,16	1.003,16
9	9.515,72	75,67	927,49	1.003,16
10	9.432,73	82,99	920,17	1.003,16
11	9.341,71	91,02	912,14	1.003,16
12	9.241,89	99,82	903,34	1.003,16
13	9.132,42	109,47	893,69	1.003,16
14	9.012,37	120,05	883,11	1.003,16
15	8.880,71	131,66	871,50	1.003,16
16	8.736,31	144,40	858,76	1.003,16
17	8.577,95	158,36	844,80	1.003,16
18	8.404,28	173,67	829,49	1.003,16
19	8.213,81	190,47	812,69	1.003,16
20	8.004,93	208,88	794,28	1.003,16
21	7.775,85	229,08	774,08	1.003,16
22	7.524,61	251,24	751,92	1.003,16
23	7.249,08	275,53	727,63	1.003,16
24	6.946,91	302,17	700,99	1.003,16
25	6.615,52	331,39	671,77	1.003,16
26	6.252,08	363,44	639,72	1.003,16
27	5.853,50	398,58	604,58	1.003,16
28	5.416,37	437,13	566,03	1.003,16
29	4.936,97	479,40	523,76	1.003,16
30	4.411,21	525,76	477,40	1.003,16
31	3.834,61	576,60	426,56	1.003,16
32	3.202,26	632,35	370,81	1.003,16
33	2.508,76	693,50	309,66	1.003,16
34	1.748,20	760,56	242,60	1.003,16
35	914,09	834,11	169,05	1.003,16
36	-	914,09	88,39	1.002,48
TOTAL	-	**10.000,00**	**26.113,08**	**36.113,08**

Fonte: Autoria própria

Agora será analisada na tabela (20) a amortização da dívida utilizando-se o SAC, para comparar o sistema de amortização mais viável a ser utilizado no referido empréstimo.

INTERNATIONAL SEVEN JOURNAL
OF MULTIDISCIPLINARY
ISSN: 2764-9547

Tabela 20- Simulação da quitação do empréstimo utilizando o SAC

PERÍODO (MÊS)	SALDO DEVEDOR (R$)	AMORTIZAÇÃO (R$)	JUROS (R$)	PRESTAÇÃO (R$)
0	10.000,00	-	9,67%	-
1	9.722,23	277,77	967,00	1.244,77
2	9.444,46	277,77	940,14	1.217,91
3	9.166,69	277,77	913,28	1.191,05
4	8.888,92	277,77	886,42	1.164,19
5	8.611,15	277,77	859,56	1.137,33
6	8.333,38	277,77	832,70	1.110,47
7	8.055,61	277,77	805,84	1.083,61
8	7.777,84	277,77	778,98	1.056,75
9	7.500,07	277,77	752,12	1.029,89
10	7.222,30	277,77	725,26	1.003,03
11	6.944,53	277,77	698,40	976,17
12	6.666,76	277,77	671,54	949,31
13	6.388,99	277,77	644,68	922,45
14	6.111,22	277,77	617,82	895,59
15	5.833,45	277,77	590,96	868,73
16	5.555,68	277,77	564,10	841,87
17	5.277,91	277,77	537,24	815,01
18	5.000,14	277,77	510,38	788,15
19	4.722,37	277,77	483,52	761,29
20	4.444,60	277,77	456,66	734,43
21	4.166,83	277,77	429,80	707,57
22	3.889,06	277,77	402,94	680,71
23	3.611,29	277,77	376,08	653,85
24	3.333,52	277,77	349,22	626,99
25	3.055,75	277,77	322,36	600,13
26	2.777,98	277,77	295,50	573,27
27	2.500,21	277,77	268,64	546,41
28	2.222,44	277,77	241,78	519,55
29	1.944,64	277,77	214,92	492,69
30	1.666,90	277,77	188,06	465,83
31	1.389,13	277,77	161,20	438,97
32	1.111,36	277,77	134,34	412,11
33	833,59	277,77	107,48	385,25
34	555,82	277,77	80,62	358,39
35	278,05	277,77	53,76	331,53
36	-	278,05	26,90	304,95
TOTAL	-	**10.000,00**	**17.890,20**	**27.890,20**

Fonte: Autoria própria

Com o intuito de facilitar a compreensão com relação ao valor total dos juros e das prestações pagas nesse empréstimo utilizando-se o SAF e o SAC, mostrar-se-á a tabela (21) e posteriormente o gráfico envolvendo os dois sistemas de amortização que servirão de utensílio para comparar e indicar o melhor sistema de amortização para o pagamento do empréstimo de $R\$10.000,00$.

Tabela 21- Representação dos valores totais de juros e prestações pagas no SAF e no SAC

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO	TOTAL DA AMORTIZAÇÃO PAGA	TOTAL DE JUROS PAGOS (R$)	TOTAL DE PRESTAÇÕES PAGAS (R$)
SAF	10.000,00	26.113,08	36.113,08
SAC	10.000,00	17.890,20	27.890,20

Fonte: Autoria própria

Agora se fará a comparação entre os dados dos bancos Bradesco e Itaú como se vê em (22), para indicar a melhor escolha do banco para o cliente no momento da realização do empréstimo de 10000,00.

Tabela 22- Comparação entre os dados do contrato de empréstimo dos bancos Bradesco e Itaú

BANCOS	VALOR DO EMPRÉSTIMO	PRESTAÇÃO MENSAL	TAXA DE JUROS A.M	CET A.A	CET A.M	TOTAL DE JUROS PAGOS (R$)	TOTAL DE PRESTAÇÕES PAGAS (R$)
Bradesco (SAF)	10.000,00	871,03	7,77%	157,60%	8,20%	21.357,78	31.357,78
Itaú (SAF)	10.000,00	1003,06	7,77%	202,77%	9,67%	26.113,08	36.113,08

Nota-se da tabela (22) que tanto o Bradesco como o Itaú utilizam o SAF e as mesmas taxas de juros ao mês que são de 7,77%, porém vale destacar que essas taxas não são as únicas usadas para calcular os juros e sim o Custo Efetivo Total (CET)[1] que como se vê em (21), equivale a 8,20% ao mês no Bradesco e 9,67% ao mês no Itaú. Com isso, o valor das prestações mensais do Itaú são maiores do que do Bradesco, fazendo com que a dívida paga pelo cliente seja maior se ele optar pelo empréstimo no Itaú. Logo, nestas simulações de empréstimos entre os bancos Bradesco e Itaú, seria mais indicada a realização do empréstimo no Bradesco.

5 CONCLUSÃO

De acordo com o contexto abordado, verificou-se que os sistemas de amortização, mais especificadamente os sistemas de amortização constante e francês, representaram sistemas muito mais viável para o cliente no momento de realização de um empréstimo, tendo em vista que os cálculos apresentados podem ajudar o leitor na compreensão de ter uma idéia melhor por meios das simulações dos dois empréstimos ao ponto de os comparar.

Os tópicos abordou como a matemática financeira pode ser aplicada e resolvida, sendo de essencial conhecimento para aqueles que desejam fazer algum empréstimos, pois se torna preciso conhecer as taxas de juros e principalmente, qual o meio mais viável e com menos montante no fim do empréstimo, pois como se verificou, o estudo dos principais sistemas de amortização utilizados nas instituições financeiras; de maneira a evidenciar o mais viável aos clientes e aos bancos e assim, podem trazer maior clareza para aqueles que lidam com essas situações financeiras e a matemática financeira pode oferecer o melhor caminho com menor taxa de juros, desde que seja possível avaliar, analisar e equacionar as taxas antes de acertar as parcelas.

Dessa maneira, o trabalho foi capaz de conduzir leitor a métodos utilizados para situar o leitor nas melhores condições de empréstimos de sistemas de amortizações. Portanto, como citado ao longo do texto, a matemática financeira como campo em aplicações nos sistemas de amortizações na questão de juros compostos, contribui como um dos grandes auxílios para empresas bancarias que objetivar apenas os lucros, sendo que lucram bilhões devido ao regime de capitalização e aplicações de taxas, que devem ser avaliadas cuidadosamente por aqueles que procuram essas empresas em busca de empréstimos.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Carlos Vieira. Matemática financeira: uso das minicalculadoras HP – 12C e HP – 19BII: mais de 500 exercícios propostos e resolvidos. São Paulo, Editora Atlas, 1992.

ASSAF NETO, Alexandre. Matemática financeira e suas aplicações. 9. Ed. São Paulo. Editora Saraiva, 2006.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Taxa Selic. Brasília, 2020. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/taxaselic>.

BIAOBOCK, Bruna Zigovski. Financiamentos e empréstimos: Uma abordagem para o ensino médio. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade do Estado de Santa Catarina, 2020.

CRESPO, Antônio Arnot. Matemática comercial e financeira fácil. 13. Ed. São Paulo. Editora Saraiva 2002.

MATHIAS, Washington Franco; GOMES, José Maria. Matemática Financeira. 5. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2008.

PUCCINI, Abelardo de Lima. Matemática Financeira: objetiva e aplicada. 8. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2009.