



Estudo da função afim e aplicações nas áreas da matemática e física com ênfase ensino contextualizado

Study of the affine function and applications in the areas of mathematics and physics with an emphasis on contextualized teaching

DOI: 10.56238/isevmjv2n4-013

Recebimento dos originais: 23/07/2023

Aceitação para publicação: 14/07/2023

Gerson de Nazaré Ferreira Carneiro

Graduação em Licenciatura em Matemática, Campus de Abaetetuba-FACET

José Francisco da Silva Costa

Doutorado em Física, Faculdade de Formação e Desenvolvimento do Campo-FADECAM

E-mail: jfsc@ufpa.br

Michel Charles da Silva Moura

Especialização em Matemática Financeira, Faculdade Monte Negro

E-mail: michel-charles@hotmail.com

Aclailton Costa Rodrigues

Especialização em Educação - Campus universitario do baixo Tocantins-UFPA

E-mail: aclailtonrodrigues73@gmail.com

Nivaldo Silva dos Santos

Graduado em Matemática, Campus de Abaetetuba-FACET

E-mail: nsilvasantos9@gmail.com

Antonio Maria dos Santos Farias

Universidade Estadual do Pará

E-mail: fariastony@hotmail.com

Alexandre dos Santos Farias

Universidade Estadual do Pará

E-mail: alexan.as83@gmail.com

Raimundo Santos Silva

Especialização em Matemática Financeira, Faculdade de Tecnologia e Educação da Amazônia

E-mail: raissilva.19@gmail.com

Raimundo das Graças Carvalho de Almeida

Mestrado em Matemática, Universidade Federal do Pará

E-mail: ralmeida@ufpa.br

RESUMO

Este trabalho aborda um estudo sobre a função afim ou função polinomial de primeiro grau, dando ênfase em algumas aplicações nas áreas da Matemática e Física enfatizando o cotidiano. Primeiramente, relata como alguns importantes pesquisadores deram impulsos teóricos para que o



estudo sobre função afim se tornasse consistente. Assim sendo, com o desenvolvimento do referido tema, tornou-se possível resolver uma série de problemas cotidianos, como na área comercial, na própria matemática e no estudo da cinemática em movimentos de corpos que são regidos por velocidades constantes e diferentes de zero. Também, verifica-se a aplicação dessa função em aplicações em tarifas, como em planos de empresas em custo por minuto corridos em celulares, em tarifas de corridas de táxi e etc. Portanto, o estudo da função afim tem grande número de aplicação prática e o professor quando ministrar o conteúdo, deve promover uma metodologia que esteja atrelada a parte teórico-prático de modo que o aluno seja capaz de perceber a relevância que a função afim assume no contexto do cotidiano. Dessa forma conclui-se a pesquisa mostrando a viabilidade que o professor deve articular na sala de aula, considerando um estudo que esteja ligado com a sala de aula e com o cotidiano do aluno onde seja capaz de compreender a interação entre os dois processos de ensino e aprendizagem com problemas que esclareçam e dão mais significados aos conteúdos ministrados, teoricamente.

Palavras-chave: Função afim, Matemática, Física, Problemas, Contextualização.

1 INTRODUÇÃO

O estudo das funções na área da matemática tem sido desenvolvido em sala de aula por alguns profissionais da educação devem ter caráter de inovações metodológica (RIBEIRO, 2007). Esse método de ensino considerado tecnicista como afirma os autores Lima (2013) e Saviani (2008 e 2015) o importante era o “fazer”, para a Pedagogia Nova era o “aprender a aprender” e para a Pedagogia Tecnicista, o importante é o “aprender a fazer”.

Num mundo globalizado e tecnológico que a sociedade atual oferece, o professor deve articular em grupo ou trabalhando em pesquisas, procurar maneiras de modificar o processo de ensino e aprendizagem em sala de aula, buscando promover um estudo teórico-prático de modo a causar motivação e curiosidades, conseguindo despertar o interesse pelo conteúdo ministrado. (POWELL, 2004)

São inúmeras as aplicações em termos práticos (ÁVILA, 2005), como o movimento uniforme de um corpo, os planos ofertados por empresas de celulares, no meio comercial e etc. Vale ressaltar que o estudo desse tema supracitado tem grande importância em diversas áreas do conhecimento humano tanto na engenharia, física, química e na própria matemática. (Paul TIPLER, 2000), (D. HALLIDAY, 1996), (D. HALLIDAY, R. RESNICK e J. WALKER, 1996)

No entanto, esse tema, quando longe da contextualização, é considerado de difícil para muitos alunos devido à falta de metodologia por parte de alguns profissionais que não procuram inovar o conhecimento a partir de uma relação com o cotidiano.

No entanto, esse trabalho aborda um estudo sobre a função afim (GIOVANNI, J. 2005) , enfatizando a aplicação no cotidiano. No entanto, como objetivo geral procura mostrar que o



conhecimento sobre função afim possui grande relevância, assim como qualquer outro tema, desde que seja relacionado com a prática.

Para assegurar a consistência deste trabalho, aborda como objetivo específico, proporcionar um estudo de função afim e sua definição, desenvolvendo as formulações matemáticas, como cálculo de raízes, crescimento e decrescimento. Verificar que o estudo de função pode ser aplicado em muitas das situações cotidianas, como em telefonia, no estudo de cinemática, etc.; Mostrar o contexto histórico que resultou em todo um formalismo matemático preciso de uma função afim.

Como metodologia, traz uma pesquisa de caráter bibliográfica, pesquisando em livros, sites e artigos sobre o referido tema a fim de que se possa construir uma base sólida sobre o referido estudo. Quanto à justificativa é de mostrar que uma vez em sala de aula o conteúdo entre o professor e o aluno, não deve ficar restrito apenas no quadro branco e o pincel. Ele deve ir além da sala de aula de modo que o aluno não venha construir uma ideia errônea da matemática, taxando-a como algo puramente abstrata.

2 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DA FUNÇÃO

2.1 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A História da Matemática é um campo de investigação que tem crescido bastante tanto em termos científico em si, como no campo educacional e conseqüentemente tem trazido grandes contribuições, principalmente no que se refere à socialização do conhecimento matemático. Assim sendo muitos temas enfatizados pela matemática, precisam ser ministrados por profissionais qualificados que possam inovar as metodologias de ensino em busca de um melhor processo de ensino e aprendizagem. Retratando o passado, isto é, fazendo uma retrospectiva histórica, em busca de desvendar procedimentos ou conhecimentos utilizados por civilizações antigas, estudiosos de todo mundo tentam revelar fatos ainda não apontados no campo da História da matemática.

Na Índia antiga, faz-se referência de um passa tempo muito popular dos matemáticos hindus da época: a solução de quebra-cabeças em competições públicas, em que um competidor propunha problemas para outro resolver. Era muito difícil a Matemática nesse período. Sem nenhum sinal, sem nenhuma variável, somente alguns poucos sábios eram capazes de resolver os problemas, usando muitos artifícios e trabalhosas construções geométricas. Hoje, tem-se a linguagem exata para representar qualquer quebra-cabeça ou problema. Basta traduzi-los para o idioma da Álgebra.

2.2 ORIGEM DA FUNÇÃO

Desde o tempo dos Gregos até a Idade Moderna a teoria influente era a Geometria Euclidiana que tinha como elementos base, o ponto, a reta e o plano. A partir desse período nasceria uma nova teoria, o Cálculo Infinitesimal, uma expressão usada para denotar objetos que são tão pequenos que não há maneiras de vê-lo ou medi-lo, porém é maior do que zero. Esta teoria veio contribuir para o desenvolvimento da matemática contemporânea, pois a noção de funções era um dos fundamentos do Cálculo Infinitesimal.

O aparecimento da palavra “função” como conceito claramente individualizado e como objeto de estudo na Matemática remonta apenas aos finais do Século XVII. Sendo que o mesmo sofreu um amplo enriquecimento teórico ao longo dos séculos, especialmente, no Método Analítico, que veio revolucionar a Matemática.

A introdução do conceito de função, elemento unificador dos vários ramos da Matemática, já representava uma tentativa de adequação aos estudos mais recentes que tinham como uma de suas características fundamentais o rompimento da barreira existente entre os campos matemáticos (MIORIM, 1998, p.106).

O Cálculo Diferencial e Integral foi difundido por Isaac Newton (1642 -1727). Ele criou o “método dos fluxions”, que estava fundamentado na descoberta categórica de que a integração de uma função é meramente a expressão inversa da diferenciação. Com isso, ele uniu muitas técnicas afastadas desenvolvidas previamente para solucionar problemas visivelmente não relacionados, fazendo uma análise da diferenciação como operação básica.

Foi Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646 -1716) a atribuição da criação do termo função em 1694, o mesmo, utilizou esta nomenclatura para descrever uma quantidade relacionada com uma curva. Ele introduziu também os termos “constante”, “variável” e “parâmetro”. É atribuída a Leibniz e a Newton o desenvolver-se do Cálculo Moderno, em particular, da Integral e da Regra do Produto.

Até 1716, o termo “função” ainda era desconhecido no vocabulário matemático. Foi então que Johann Bernoulli (1667 -1748), em 1718, publicou um artigo de ampla abrangência, contendo uma definição própria sobre função, esta foi definida como sendo uma quantidade que é composta de qualquer forma dessa variável e constante. Um dos matemáticos mais admiráveis da Europa foi Leonhard Euler (1707-1783), que se sobressaiu com as suas descobertas nos campos variados nos Cálculos e Teoria dos Grafos.

Ele ainda fez muitas contribuições para a matemática moderna na área da terminologia e notação, em particular para a Análise Matemática, como a noção de uma função matemática. Sobre a evolução do estudo das funções, passaram a existir abundantes aplicações na Matemática



e em outras ciências. Em decorrência disso sugeriram várias observações que buscavam uma expressão para esclarecer problemas notados no cotidiano. Desta maneira, a função passou a ser o exemplo matemático que elucidava a relação entre as variáveis.

O conceito de funções é um dos mais importantes vistos na Matemática (LIMA,2001), principalmente quando se quer estudar os conceitos de Limites, Derivadas e Integrais. Cada um desses conceitos trata de uma análise e uma descrição do que acontece com as funções. Estas, “por sua vez, descrevem o comportamento de qualquer fenômeno em que se possa enxergar algum tipo de padronização.” Ao longo dos séculos foram feitas diversas descobertas matemáticas, para que hoje fosse possível perceber o grande valor da empregabilidade das funções. Ela foi disseminada nos mais variados campos da ciência moderna, podendo ser avaliada como coluna de inúmeras bases do conhecimento.

2.3 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA. E DIFICULDADES NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Incluir no ambiente educacional como prévia de um determinado tema, desperta no aluno a curiosidade, pois com a história passa a perceber e conhecer que no passado distante, muito homens com seus conhecimentos e pesquisas, deram importantes contribuições para promover um estudo muito mais consistente sobre aquele conteúdo. Em outras palavras, o que garante a espécie humana é transmissão de conhecimento que auxilia e amplia soluções de muitos problemas, resultando na facilidade e estabilidade.

A inclusão da história seguida de metodologias teórico/prático, contribui para um melhor processo de ensino e aprendizagem, pois o aluno passa a olhar a disciplina matemática de um outro ângulo, que antes não percebia e constrói um interesse no aprender, sendo motivado em busca de uma aprendizagem significativa.

As dificuldades enfrentadas em sala de aula por muitos professores e alunos durante o processo de ensino-aprendizagem no estudo de função afim ou de qualquer outro tema, pode ser atribuído tanto à falta de recursos que poderiam melhorar o processo de ensino da matemática, visando uma melhor compreensão dos temas abordados. A sociedade atual, apresenta um recurso exorbitante, recursos computacionais e inúmeros instrumentos laboratoriais que uma vez utilizados, tornam-se fortes aliados pra um melhor processo de ensino e aprendizagem.

É satisfatório que o professor dê ênfase antes da abordagem de um estudo de função a motivar e envolver o aluno, primeiramente, no contexto histórico, mostrando os principais

matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento e formalismo matemático da função ou de outro tema associado à matemática.

Como segundo passo é de desenvolver uma metodologia teórico-prática, buscando na sala de aula a questão da contextualização que o PCNs esclarece como parte integrante e melhoramento para o ensino do tema proposto neste trabalho.

Assim sendo, as inovações metodológicas têm valor crucial no processo de ensino e aprendizagem, pois se o professor for capaz de cada vez mais se qualificar e for em busca de novas experiências com outros profissionais da área e construir um processo de ensino significativo, que venha motivar, interessar e despertar o aluno pela disciplina matemática (PAIVA, 2008).

3. ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM

3.1 A FUNÇÃO AFIM

Inicia-se esse estudo fazendo, primeiramente um exemplo prático da função afim. Considere o seguinte problema: José Gerson toma um táxi comum e cobra R\$ 3,00 pela bandeirada e R\$ 1,50 por quilômetro rodado. Pretende nessa viagem ir à casa da namorada que fica a 20 km do ponto onde toma o táxi. Quanto José Gerson vai gastar de táxi?

Ele terá de pagar os 20 X R\$ 1,50 pela distância percorrida e mais R\$ 3,00 pela bandeirada, ou seja, R\$ 3,00 + R\$ 30,00= R\$ 33,00.

Se a casa da sua namorada ficasse a 10 km de distância, o preço da corrida (em reais) seria: 1,50 X 10 + 3,00 = 15,00 + 3,00 = 18,00.

Enfim, para cada distância x percorrida pelo táxi há certo preço $c(x)$ para a corrida. O valor $c(x)$ é uma função de x . Pode-se encontrar facilmente a lei que expressa $c(x)$ em função de x . Isto é,

$$C(x) = 1,50 \cdot x + 3,00$$

Que é um caso particular de função afim.

3.2 DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO AFIM

A função afim é expressa da seguinte forma:

$$f(x) = ax + b, \tag{1}$$

onde a e b são números reais e a também é diferente de zero. É importante compreender o significado dessa função. O significado de função é intrínseco à matemática, permanecendo o mesmo para qualquer tipo de função, seja ela do 1º ou do 2º grau, ou uma função exponencial ou logarítmica.

Portanto, a função é utilizada para relacionar valores numéricos de uma determinada expressão algébrica de acordo com cada valor que a variável x assume. Sendo assim, a função do 1º grau relacionará os valores numéricos obtidos de expressões algébricas do tipo $(ax + b)$, constituindo, assim, a função $f(x) = ax + b$.

Nota-se que para definir a função do 1º grau, basta haver uma expressão algébrica do 1º grau. Como dito anteriormente, o objetivo da função é relacionar para cada valor de x um valor para o $f(x)$.

Note que os valores numéricos mudam conforme o valor de x é alterado, sendo assim obtemos diversos pares ordenados, constituídos da seguinte maneira: $(x, f(x))$. Observe que para cada coordenada x , iremos obter uma coordenada $f(x)$. Isso auxilia na construção de gráficos das funções. Portanto, para que o estudo das funções do 1º grau seja realizado com sucesso, compreenda bem a construção de um gráfico e a manipulação algébrica das incógnitas e dos coeficientes.

3.3 COEFICIENTES DA FUNÇÃO

Construir um gráfico de uma função afim, assim como este gráfico ser representado por uma reta. A partir daí pode ser verificado o comportamento do gráfico de uma função afim, com base nos seus coeficientes, como comentado vagamente no item anterior. Nos gráficos mostrados anteriormente as retas formam um ângulo com o eixo x , ângulo este que será chamado de α (alfa).

Na função afim, o coeficiente a , é matematicamente chamado de coeficiente angular ou declividade, e está associado à inclinação da reta que representa o gráfico, ou seja, o ângulo α . Já o coeficiente b é chamado de coeficiente linear, onde seu valor corresponde à ordenada do ponto em que a reta corta o eixo y . Quando se mantém o coeficiente angular (a) e altera-se o coeficiente linear (b), pode-se perceber uma translação das retas no plano cartesiano, onde o ângulo α é mantido e o ponto onde a reta corta o eixo y (coeficiente linear = b).

Como já foi citado, chama-se função afim qualquer função de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e $a \neq 0$. O número a é chamado de coeficiente angular e o b de termo constante ou coeficiente linear.

3.4 DETERMINAÇÃO DO ZERO DA FUNÇÃO

O valor do número real x , para o qual se tem $y = 0$, denomina-se zero da função polinomial do 1º grau” (GIOVANNI JR., 2007). Geometricamente o gráfico da função no plano cartesiano e localizando seu zero, é o ponto onde a reta intercepta o eixo x . Assim sendo, para se determinar o zero ou a raiz de uma função basta considerar $f(x) = 0$. Ou seja,

$$\begin{aligned} f(x) = ax + b \rightarrow f(x) = 0 \rightarrow ax + b = 0 \rightarrow ax = -b \rightarrow \\ x = -b/a \end{aligned} \quad (2)$$

Onde $x = -b/a$ é o ponto que a reta intercepta o eixo da abscissa.

3.5 REPRESENTAÇÃO NO PLANO CARTESIANO

Uma função afim possui representação no plano cartesiano através de uma reta, podendo a função ser crescente ou decrescente o que determinará a posição da reta. O gráfico de uma função, $y = ax + b$, com a diferente de zero, é uma reta oblíqua aos eixos Ox e Oy no plano.

O gráfico da função afim $y = ax + b$ é uma reta. O coeficiente de x , é chamado coeficiente angular da reta e, como veremos adiante, a está ligado à inclinação da reta em relação ao eixo Ox . O termo constante, b é chamado coeficiente linear da reta. Para $x = 0$, temos $y = a \cdot 0 + b = b$. Assim, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo Oy .

Quando uma reta tem dois pontos conhecidos, para obter a sua lei de formação, basta resolver um sistema de primeiro grau. Isto é, é preciso calcular os valores dos coeficientes angular e linear da reta. Seja a função,

$$f(x) = ax + b$$

Sendo:

$$A(x_1, y_1) \text{ e } B(x_2, y_2)$$

Logo: Para o ponto A: $ax_1 + b = y_1$ e para o ponto B: $ax_2 + b = y_2$

Subtraindo B de A, tem-se que:

$$\begin{aligned} ax_2 + ba - (ax_1 + b) = -y_1 + y_2 \rightarrow ax_2 + b - ax_1 - b = y_2 - y_1 \\ ax_2 - ax_1 = y_2 - y_1 \rightarrow \\ a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \end{aligned} \quad (3)$$

Que representa o coeficiente angular da reta.

Para o coeficiente linear b , tem-se que:

$$ax_1 + b = y_1 \rightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + b = y_1 \rightarrow b = y_1 - \frac{-x_1 y_2 + x_1 y_1 + y_1 x_2 - y_1 x_1}{x_2 - x_1}$$

Logo:

$$b = \frac{-x_1 y_2 + y_1 x_2}{x_2 - x_1} \quad (4)$$

Que representa o coeficiente linear b da reta. Portanto, a reta terá a seguinte equação:

$$f(x) = \frac{(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} x + \frac{-x_1 y_2 + y_1 x_2}{x_2 - x_1} \quad (5)$$

Dados os pontos

$$A(x_1, y_1) \text{ e } B(x_2, y_2),$$

Tem-se que:

$$f(x_1) = ax_1 + b \text{ e } f(x_2) = ax_2 + b,$$

Daí

$$f(x_2) - f(x_1) = a(x_2 - x_1),$$

Portanto:

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (6)$$

a → coeficiente angular (determina a inclinação da reta em relação ao eixo ox).

b → coeficiente linear (ponto em que a reta intersecta o eixo oy).

A lei da função $f(x) = ax + b$ representa a equação de uma reta.

Exemplo 1:

A tabela abaixo mostra a temperatura das águas do oceano Atlântico (ao nível do equador) em função da profundidade.



PROFUNDIDADE (M)	TEMPERATURA (°C)
Superfície	27
100	21
500	7
1000	4
3000	2,8888

Admitindo que a variação da temperatura seja aproximadamente linear entre Cada duas medições feitas para a profundidade, determine a temperatura prevista para a Profundidade de 400m é:

Solução:

Primeira observação a respeito deste exemplo é saber quais valores da tabela devemos utilizar para a resolução deste exemplo. Como queremos determinar a temperatura para uma profundidade de 400 m, e este valor está entre 100m e 500m. Então se monta- um sistema com estes valores.

$$21 = 100a + b$$

E

$$500a + b = 7$$

Fazendo a diferença entre, vem que.

$$\begin{aligned} 7 - 21 &= 500a + b - (100a + b) \\ -14 &= 500a - 100a \rightarrow 400a = -14 \rightarrow a = \frac{-7}{200} \end{aligned}$$

Substituindo o valor de a, encontra-se b:

$$\begin{aligned} 21 &= 100a + b \rightarrow 21 = -100 \cdot \left(\frac{-7}{200}\right) + b \rightarrow b = 21 + 3,5 \\ &\rightarrow b = 24,5 \end{aligned}$$

Toamndo a expressão em (1), vem que,

$$f(x) = ax + b$$

Logo:

$$f(x) = -\frac{7}{200}x + 24,5$$

Para $x = 400m$, vem que:

$$f(400) = -\frac{7}{200} \cdot 400 + 24,5 \rightarrow f(400) = 10,5^\circ C$$

Para a profundidade de 400m a temperatura é de $10,5^\circ C$. Verifica-se com esse exemplo, a relevância de contextualizar o estudo da função com problemas ligados ao cotidiano.

3.6 CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO

Diz-se, que a função é decrescente, pois o ângulo formado pela reta e o eixo da abscissa é obtuso ($a < 0$) e crescente para $a > 0$. Ou seja,

- Função crescente: Para $a > 0$: se $x_1 < x_2$, então $ax_1 < ax_2$. Daí, $ax_1 + b < ax_2 + b$, de onde vem $f(x_1) < f(x_2)$.
- Função decrescente: Para $a < 0$: se $x_1 < x_2$, então $ax_1 > ax_2$. Daí, $ax_1 + b > ax_2 + b$, de onde vem $f(x_1) > f(x_2)$.

O quadro 1 ilustra melhor esses casos,

Quadro 1: Sinais de a e b para estudos do crescimento e decrescimento de uma função

COEFICIENTES	FUNÇÃO
$a > 0$ e $b > 0$	Crescente
$a > 0$ e $b < 0$	Crescente
$a < 0$ e $b < 0$	Decrescente
$a < 0$ e $b > 0$	Decrescente

Fonte: Própria dos autores

Exemplo 2:

O custo da fabricação de x unidade de um produto é $C = 100 + 2x$. Cada unidade é vendida pelo preço $p = R\$ 3,00$. Para haver um lucro igual a $R\$ 1.250,00$ devem ser vendidas k unidades. Determine o valor de K .

Sejam $L = 1.250,00$ e $p = 3,00$, Logo

$$C = 100 + 2x \rightarrow L(x) = p \cdot x - C(x)$$



Logo:

$$L(x) = p \cdot x - 100 - 2x$$

Portanto:

$$F(x) = 3 \cdot x - 100 - 2x$$

Ou

$$1.250k = 1.350$$

3.7 SINAL DA FUNÇÃO

Estudar o sinal de qualquer $y = f(x)$ é determinar os valores de x para os quais y é positivo, os valores de x para os quais y é zero e os valores de x para os quais y é negativo. Consideremos uma função afim

$$y = f(x) = ax + b$$

Considere o sinal para essa função se anula. Isto é,

$$f(x) = ax + b \rightarrow f(x) = 0 \rightarrow ax + b = 0 \rightarrow ax = -b$$

Logo,

$$x = -b/a$$

Há dois casos possíveis: $a > 0$. Ou seja, y é positivo para valores de x maiores que a raiz; y é negativo para valores de x menores que a raiz. Para $a < 0$, y é positivo para valores de x menores que a raiz; y é negativo para valores de x maiores que a raiz.

Exemplo 3:

Uma empresa de planos de saúde propõe a seus clientes as seguintes opções de pagamento mensais:

Plano A: um valor fixo de R\$ 110,00 mais R\$ 20,00 por consulta dentro do período. **Plano B:** um valor fixo de R\$ 130,00 mais R\$ 15,00 por consulta dentro do período. Analise os planos no intuito de demonstrar em quais condições um ou outro é mais vantajoso.

Função do plano A:



$$y = 20x + 110$$

Função do plano B

$$y = 15x + 130$$

Momento em que os planos são exatamente iguais:

$$A = B$$

$$20x + 110 = 15x + 130 \rightarrow 20x - 15x = 130 - 110$$

$$5x = 20 \rightarrow x = 20/5 \rightarrow x = 4$$

Custo do plano A menor que o custo do plano B: $A < B$.

$$20x + 110 < 15x + 130 \rightarrow 20x - 15x < 130 - 110$$

$$5x < 20 \rightarrow x < \frac{20}{5} \rightarrow x < 4$$

Custo do plano B menor que o custo do plano A: $B < A$.

$$15x + 130 < 20x + 110 \rightarrow 15x - 20x < 110 - 130$$

$$-5x < -20 \quad (-1) \rightarrow x > \frac{20}{5}$$

Logo,

$$x > 4$$

Se o cliente realizar quatro consultas por mês, ele pode optar por qualquer plano. Se o número de consultas for maior que quatro, o plano B possui um custo menor. Caso o número de consultas seja menor que quatro, o plano A possui um custo menor. Duas empresas de celulares ofertaram aos clientes os seguintes planos:

A: valor fixo de 30,00 e 0,25 por minuto usado; B: valor fixo de 40,00 e 0,20 por minuto usado.

3.8 FORMA SEGMENTARIA DA RETA

Dada a reta $y = ax + b$, um modo muito mais fácil de traça-la no sistema cartesiano consiste em expressar essa reta numa forma segmentaria. Semelhante como é feito na geometria analítica no estudo da reta. Seja a reta de equação

$$y = -\frac{x}{2} + 2$$

Uma maneira de escrevê-la na forma segmentaria é deixá-la na seguinte notação:

$$1 = \frac{x}{p} + \frac{y}{q} \quad (8)$$

De acordo com a expressão acima, tem-se que:

$$y = -\frac{x}{2} + 2 \rightarrow y + \frac{x}{2} = 2 \rightarrow \frac{y}{2} + \frac{x}{4} = 1$$

Logo, comparando da equação na forma segmentaria, tem-se que:

$$p = 2 \text{ e } q = 4$$

Logo, o traçado da reta pode ser observado na figura a seguir:

3.9 A RETA, COEFICIENTE ANGULAR E UM PONTO

Outro importante resultado que pode ser observado no estudo da determinação de uma função do 1º grau é o fato de determinar a função quando se conhece um ponto e o coeficiente angular da reta. Um modo muito conveniente de determinar a função consiste em usar a seguinte expressão:

$$y - y_0 = tg\theta(x - x_0) \quad (9)$$

Onde y_0 e x_0 representa a coordenada do ponto dado e $tg\theta$ representa o coeficiente angular da reta.

Exemplo 4:

Uma reta passa pelo ponto P(2,4) e possui um coeficiente angular $m=2$. Determine a equação da reta.

Solução:

De acordo com a expressão anterior, pode-se obter a equação da reta considerando que:

$$y - y_0 = tg\theta(x - x_0)$$

Como: $y_0 = 4$, $x_0 = 2$ e $m = 2$. Tendo em vista que o coeficiente angular da reta é a $tg\theta$,

Tem-se que: $tg\theta = m = 2$.

Logo,

$$y - 4 = 2(x - 2) \rightarrow y - 4 = 2x - 4 \rightarrow y = 2x - 4 + 4 \\ y = 2x$$

O coeficiente linear é o número sozinho que fica no final da função, quando a função está no formato geral ($y = ax + b$). E este coeficiente é muito útil quando se quer desenhar o gráfico de uma função do primeiro grau, ele diz nada mais nada menos do que o ponto em que a reta *corta* o eixo Y (eixo vertical). Isso acontece, pois qualquer ponto que se encontra sobre o eixo Y, tem o valor de X igual à zero, e se coloca em uma função o X valendo zero só sobrar a dizer que y é igual ao coeficiente linear!

Outra maneira de escrever o gráfico de uma função do primeiro grau é usar um importante resultado da geometria analítica que afirma que é, possível obter a equação da reta quando se conhece um ponto e o coeficiente angular da reta. Foi o que se verificou no tópico acima.

4 APLICAÇÃO DA FUNÇÃO AFIM NA FÍSICA

Alguns gráficos de movimentos, estudados na Mecânica em Física com o objetivo de relacionar graficamente a posição e a velocidade com o tempo. A função horária da posição, no movimento uniforme é dada por $s = s_0 + vt$, onde S é a posição final de um móvel, s_0 é a posição inicial do móvel, t é o tempo gasto por este móvel no percurso. Esta função é do 1º grau é representada por uma reta crescente ou decrescente dependendo do sinal da velocidade. (RAYMOND SERWAY, 1996).

O estudo da equação da reta desenvolvida anteriormente tem inúmeras aplicações na física, sobretudo, no estudo da cinemática que corresponde ao movimento de um corpo que executa um movimento uniforme em uma região sem atrito, onde o mesmo é relativo com a primeira lei de Newton onde se considera a inexistência de força aplicada no corpo. Nesse sentido a taxa de variação do espaço do espaço em função do tempo resulta em uma grandeza denominada constante ao longo do movimento do corpo que pode ser representada pela seguinte expressão matemática

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (10)$$

Uma função pode ser contínua em todo seu domínio ou somente em um ponto $x = a$. Seja D, o domínio da função, se existir o limite de $f(x)$ com x, ponto de D, tendendo a “a” e esse limite for igual a $f(a)$, diz-se que essa função é contínua nesse ponto “a” e caso ela tenha essa propriedade em todos os pontos de D, então ela é dita contínua em todo seu domínio. (ÁVILA, 2006)

Como será visto na expressão que relaciona a posição do corpo em relação ao tempo, correspondendo a uma função do primeiro grau. O Estudo do Espaço em Função do Tempo – Um móvel realiza um movimento uniforme quando percorre espaços iguais em tempos iguais, ou seja, o espaço varia uniformemente ao longo do tempo. Isso só ocorre quando a velocidade do móvel permanece constante durante todo o trajeto.

4.1 MOVIMENTO UNIFORME PROGRESSIVO E RETRÓGRADO

O sentido do movimento do corpo coincide com o sentido fixado como positivo para a trajetória; a velocidade do móvel é positiva; os espaços aumentam em relação à origem. Móvel anda contra a orientação da trajetória; a velocidade é negativa; os espaços diminuem algebricamente em relação à origem.

4.2 FUNÇÃO HORÁRIA DO MOVIMENTO UNIFORME

Representando-se o espaço inicial por S_0 ($t_0 = 0$) e o espaço final por S , num instante t qualquer, obtém-se:

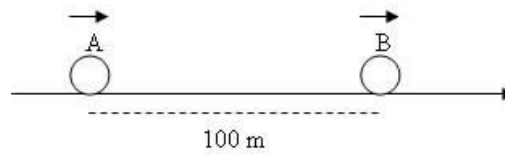
$$x = x_0 + v \cdot t \quad (11)$$

A figura abaixo mostra que a posição em relação ao tempo representa no plano cartesiano uma função do primeiro grau. Nesse gráfico, sendo a velocidade positiva, o gráfico é crescente. Para o segundo gráfico, sendo a velocidade negativa, a reta é decrescente. Nesse caso diz-se que o móvel apresenta um movimento retrógrado.

Como não há aceleração no estudo do movimento de um móvel que executa um movimento uniforme, o gráfico da aceleração representa uma reta que coincide com o eixo da abscissa. Sendo a velocidade uma grandeza constante, o seu gráfico em função do tempo é uma reta paralela em relação a ele.

Exemplo 5:

1-Dois automóveis, A e B, movem-se em movimento uniforme e no mesmo sentido. Suas velocidades escalares têm módulos respectivamente iguais a 5 m/s e 15 m/s. No instante $t = 0$, os automóveis encontram-se nas posições indicadas abaixo.



Determine:

a) o instante em que A alcança B;

Solução:

Para a solução desse exercício é necessário equacionar as funções horárias dos moveis. Isto é encontrar as funções horárias dos espaços de cada automóvel. Assim,

$$S_A = S_{0A} + v_A \cdot t \text{ e } S_B = S_{0B} + v_B \cdot t$$
$$S_A = 0 + 15 \cdot t \text{ e } S_B = 100 + 5 \cdot t$$

Encontrada as funções horárias e para determinar o instante que A encontra B basta igualar as funções

$$S_A = S_B.$$
$$0 + 15 \cdot t = 100 + 5 \cdot t \rightarrow 15t - 5t = 100 \rightarrow 10t = 100$$

Portanto, $t = 10 \text{ s}$.

Ou seja, o móvel A leva 10s para encontrar o móvel B. No entanto, surge a pergunta: Em que posição o móvel A alcança o móvel B.

b) a que distância da posição inicial de A ocorre o encontro.

Para encontrar a distância com relação ao ponto A que ocorre o encontro, basta substituir o valor do tempo, encontrado no item anterior na função horária do espaço do automóvel A.

Assim:

$$S_A = 0 + 15 \cdot 10 \rightarrow S_A = 150 \text{ m}$$

Portanto, a posição do encontro fica a 150 m da posição inicial A.

4.3 EMPRESA DE PLANOS DE SAÚDE

Uma empresa de planos de saúde propõe a seus clientes as seguintes opções de pagamento mensais:



Plano A: um valor fixo de R\$ 110,00 mais R\$ 20,00 por consulta dentro do período.

Plano B: um valor fixo de R\$ 130,00 mais R\$ 15,00 por consulta dentro do período.

Analise os planos no intuito de demonstrar em quais condições um ou outro é mais vantajoso.

Função do plano A: $y = 20x + 110$

Função do plano B: $y = 15x + 130$

Momento em que os planos são exatamente iguais: $A = B$

$$\begin{aligned} 20x + 110 &= 15x + 130 \rightarrow 20x - 15x = 130 - 110 \\ 5x &= 20 \rightarrow x = 20/5 \rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

Custo do plano A menor que o custo do plano B: $A < B$.

$$\begin{aligned} 20x + 110 &< 15x + 130 \rightarrow 20x - 15x < 130 - 110 \\ 5x &< 20 \rightarrow x < 20/5 \rightarrow x < 4 \end{aligned}$$

Custo do plano B menor que o custo do plano A: $B < A$.

$$\begin{aligned} 15x + 130 &< 20x + 110 \rightarrow 15x - 20x < 110 - 130 \\ -5x &< -20 \quad (-1) \rightarrow x > 20/5 \rightarrow x > 4 \end{aligned}$$

4.4 O CUSTO DE UM PRODUTO DE UMA INDÚSTRIA

O custo de um produto de uma indústria é dado por $C(x) = 250,00 + 10,00x$, sendo x o número de unidades produzidas e $C(x)$ o custo em reais. Qual é o custo de 1000 unidades desse produto.

Solução:

$$C(x) = 250,00 + 10,00x,$$

Logo, tem-se que:

$$C(1000) = 250,00 + 10,00.1000 \rightarrow C(1000) = 10.250,00$$

o custo de 1000 unidades desse produto é de $C(1000) = 10.250,00$

4.5 O NÚMERO DE UNIDADES PRODUZIDAS

O número de unidades produzidas (y) de um produto, durante um mês, é função do número de empregados (x) de acordo com a relação $y = 60x$. Sabendo que 30 funcionários estão



empregados, calcule o aumento da produção mensal em unidades se forem contratados mais 20 funcionários.

Solução:

$$y_1 = 60x \rightarrow y = 60.30 \rightarrow y = 1800$$

$$y_2 = 60x \rightarrow y = 60.50 \rightarrow y = 3000$$

Logo:

$$\Delta y = 3000 - 1800 \rightarrow \Delta y = 1200$$

4.6 ESCOLHA DE UM PLANO DE SAÚDE

Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B. Condições dos planos: Plano A: cobra um valor fixo mensal de R\$ 140,00 e R\$ 20,00 por consulta num certo período. Plano B: cobra um valor fixo mensal de R\$ 110,00 e R\$ 25,00 por consulta num certo período.

Solução:

Tem-se que o gasto total de cada plano é dado em função do número de consultas x dentro do período pré-estabelecido.

Vamos determinar:

a) A função correspondente a cada plano.

b) Em qual situação o plano A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois se equivalem.

a) Plano A: $f(x) = 20x + 140$

Plano B: $g(x) = 25x + 110$

b) Para que o plano A seja mais econômico:

$$\begin{aligned} g(x) &> f(x) \\ 25x + 110 &> 20x + 140 \rightarrow 25x - 20x > 140 - 110 \\ 5x &> 30 \rightarrow x > 30/5 \rightarrow x > 6 \end{aligned}$$

Para que o Plano B seja mais econômico:

$$\begin{aligned} g(x) &< f(x) \\ 25x + 110 &< 20x + 140 \rightarrow 25x - 20x < 140 - 110 \\ 5x &< 30 \rightarrow x < 30/5 \rightarrow x < 6 \end{aligned}$$



Para que eles sejam equivalentes:

$$\begin{aligned}g(x) &= f(x) \\25x + 110 &= 20x + 140 \rightarrow 25x - 20x = 140 - 110 \\5x &= 30 \rightarrow x = 30/5 \rightarrow x = 6\end{aligned}$$

O plano mais econômico será:

Plano A = quando o número de consultas for maior que 6.

Plano B = quando número de consultas for menor que 6.

Os dois planos serão equivalentes quando o número de consultas for igual a 6.

4.7 COMPRA DE SAPATOS

O gerente de uma loja compra um sapato por R\$ 45,00 e vende por R\$ 75,00. Sabendo-se que a despesa com o frete é de R\$ 70,00, quanto sapato desse modelo à loja deverá vender para ter um lucro de R\$ 9.200,00?

$$\begin{aligned}C(x) &= 45x + 70 \\V(x) &= 75x \\L(x) &= V(x) - C(x) \rightarrow L(x) = 75x - 45x - 70 \\L(x) &= 30x - 70 \rightarrow 9200 = 30x - 70 \rightarrow 30x = 9270 \\x &= \frac{9270}{30} \rightarrow x = 309\end{aligned}$$

4.8 O PREÇO A PAGAR POR UMA CORRIDA DE TÁXI

O preço a pagar por uma corrida de táxi depende da distância percorrida. A tarifa y é composta de duas partes: uma parte fixa denominada bandeirada e uma parte variável que depende do número x de quilômetros rodados. Suponha que a bandeirada esteja custando R\$ 6,00 e o quilômetro rodado, R\$ 1,20.

a) Expresse y em função de x .

Solução:

$$Y = 6,00 + 1,2x$$



b) Quanto se pagará por uma corrida em que o táxi rodou 10 km?

$$Y = 6,00 + 1,2x \rightarrow y = 6,00 + 1,2.10$$

$$y = 6,00 + 12,00 \rightarrow y = 18,00$$

4.9 DETERMINAÇÃO DE UMA VARÁVEL DADA A FUNÇÃO.

Determine o valor de p de modo que o gráfico da função $f(x) = 3x + p - 2$ intercepte o eixo y no ponto de ordenada 4.

Solução:

$$f(x) = 3x + p - 2$$

$$f(0) = 4 \rightarrow f(0) = 3.0 + p - 2 \rightarrow p - 2 = 4 \rightarrow p = 2 + 4 \rightarrow p = 6$$

4.10 PRODUÇÃO DE PEÇAS DE UMA FÁBRICA.

Na produção de peças, uma fábrica tem um custo fixo de R\$ 200,00 mais um custo variável de R\$ 1,20 por peça produzida. Qual o custo de produção de 10.000 peças?

Quantas peças podem ser produzidas com R\$ 20.000,00?

Lei de formação da função

Note que temos um valor fixo de R\$ 200,00 e um valor que varia de acordo com a quantidade de peças produzidas, R\$ 1,20.

$$y = 1,2x + 200$$

Custo para produção de 10.000

$$y = 1,2 * 10.000 + 200 \rightarrow y = 12.000 + 200 \rightarrow y = 12.200$$

O custo para produção de 10.000 peças é de R\$ 12.200,00. Número de peças que podem ser produzidas com R\$ 20.000,00

$$1,2x + 200 = 20.000 \rightarrow 1,2x = 20.000 - 200$$
$$1,2x = 19.800 \rightarrow x = 19.800 / 1,2 \rightarrow x = 16.500$$

Serão produzidas 16.500 peças.



4.11 COBRANÇA DE BANDEIRADA DE CORRIDA DE TÁXI

Um motorista de táxi cobra R\$ 4,50 de bandeirada mais R\$ 0,90 por quilômetro rodado. Sabendo que o preço a pagar é dado em função do número de quilômetros rodados, calcule o preço a ser pago por uma corrida em que se percorreu 22 quilômetros?

$$\begin{aligned}f(x) &= 0,9x + 4,5 \rightarrow f(22) = 0,9.22 + 4,5 \\f(22) &= 19,8 + 4,5 \rightarrow f(22) = 24,3\end{aligned}$$

O preço a pagar por uma corrida que percorreu 22 quilômetros é de R\$ 24,30.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A prática docente deu oportunidade para que os alunos construíssem o conceito de função polinomial do 1º grau, compreendendo a relação do conteúdo estudado com a vida fora da escola e também dentro dela, através de um conjunto de situações que dão o significado a esse estudo. Observando o argumento acima, percebe-se que apenas é possível conduzir o aluno a uma maior compreensão do estudo de função quando o professor possui uma prática metodológica que tem como objetivo construir um elo entre a teoria e o cotidiano do aluno. Nesse sentido, abre-se na turma um leque de oportunidade onde consegue entender e conceituar aquilo que o professor propôs que fizesse. Esse é o maior papel de um profissional qualificado e responsável com a educação.

Ao trabalhar as propriedades, as representações simbólicas e os exercícios referentes ao estudo da função do 1º grau, foram possíveis facilitar o tema a partir de uma ligação com o cotidiano. Torna-se evidente que o estudo da função do 1º grau tem importância para o aluno quando é aplicada com contextualização. A ausência de abstração é útil para que a introdução do processo de ensino e aprendizagem seja eficaz. Dessa forma o professor que ministra aula de função em nível de ensino médio, precisa rever seus conceitos e sua prática ao ponto de evitar a problemática vigente em grande parte das escolas das redes estaduais de ensino. Essa problemática reflete na evasão e reprovação nessa transição entre o fundamental e o médio.

No entanto é obvio salientar que ela não acontece apenas nessa passagem, pois se verifica que ela abrange os ensinamentos fundamentais e todo o ensino médio. A razão de tudo está concentrada na falta de uma metodologia inovadora que pode ser adquirida com formação continuada do quadro de professores o que não se verifica na prática. Entretanto ainda nessa linha cristalina, embora essa formação continuada não seja um fato real, existe a possibilidade de contornar o trabalho educacional abstrativo de alguns profissionais. Refere-se abstrativo porque utilizam de



uma metodologia arcaica sem fundamentação pedagógica ou metodológica atrelada em recursos que poderiam melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

Assim sendo, o tema supracitado procurou entrelaçar nesse processo de ensino a contextualização, envolvendo ao longo da abordagem, problemas voltados para o cotidiano do aluno onde pudesse compreender a importância de conhecer nas inúmeras situações a presença de aplicação da função do 1º grau. Portanto, é todo justo destacar que o trabalho apresentado, foi concernente com a prática vivida por cada aluno que compõe o ambiente educacional e que pode sim, quando possível, possuir um conhecimento muito mais abrangente desse e de outros temas desde que o professor “fuja” das abstrações e interpole em cada assunto ministrado a contextualização como parte inerente de todo o processo de ensino e aprendizagem. Agindo dessa forma, evitará que muito dos problemas como evasão e reprovação façam parte da vida educacional.



REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo. Análise Matemática para Licenciatura. 3ª edição. Brasília: Editora Ciência e Aplicações. Atual Editora, 2005.compreensão em matemática. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.), Editora, 1999).

D. HALLIDAY, R. RESNICK e J. WALKER – FUNDAMENTOS DE FÍSICA, Vol. 2 - LTC Editora, 1996

D. HALLIDAY, R. RESNICK e KRANE – FÍSICA, Vol 2 - LTC Edt. – 4a.ed. 1996.

GIOVANNI, J.R.; Bonjorno J.R. Matemática Completa. São Paulo: FTD, 2005.

GIOVANNI, José Ruy et al. A Conquista da Matemática. 9º. Ano.São Paulo: FTD, 2007.

LIMA, E. L.; Carvalho, P. C. P.; Wagner, E. e Morgado, A. C. A Matemática do Ensino Médio. Volume 1. Quinta edição. 2001.

LIMA, Marcos Antônio Martins et al. Pedagogia organizacional: gestão, avaliação & práticas educacionais. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

MIORIM, Maria Ângela. Introdução à história da Educação Matemática. São Paulo: 1998

PAIVA, M. Matemática, Volume Único. São Paulo: Editora Moderna, 2008.

Paul TIPLER - FÍSICA, Vol 1 - Guanabara Dois, 4a. ed. – 2000 (ou Vol 2. 2a.ed da LTC

POWELL, A .e BAIRRAL, M. A Escrita e o pensamento matemático: interações e Projeto Escola e Cidadania para Todos. São Paulo: Editora do Brasil, 2004.

RAYMOND SERWAY, 3a. edição – Ed. LTC, FÍSICA, Vol. 1 e 2, - Rio de Janeiro, 1996.

RIBEIRO, Jackson da Silva. Matemática: Ciência e Linguagem. V.único. São Paulo: Scipione, 2007.

SAVIANI, Dermeval. Histórias das Ideias pedagógicas no Brasil. - 2ª Ed. rev. e ampl. – Campinas, SP: Autores Associados, 2008 (Coleção memória da educação)