



## Estudo de casos de pontes em laje

### Case study of slab bridges

DOI: 10.56238/isevmjv2n6-003

Recebimento dos originais: 10/11/2023

Aceito para publicação: 28/11/2023

**Fernando Xavier P. L. Talavera**

Graduando do curso de Engenharia Civil – IFSP, Campus Votuporanga

**Gustavo Cabrelli Nirschl**

Professor Mestre do departamento de Engenharia Civil – IFSP, Campus Votuporanga

#### RESUMO

O artigo introduz o tema central com uma breve explicação sobre a evolução histórica das pontes, destacando os materiais e métodos construtivos empregados em cada período. Traz ainda um resumo sobre cada tipo de ponte e métodos construtivos utilizados ao longo da evolução da engenharia. Além disso, o presente trabalho inclui análises de estudos de casos que abordam o dimensionamento de pontes em laje, realizando uma revisão bibliográfica dos trabalhos acadêmicos já realizados, fazendo uma comparação com as diretrizes de pré-dimensionamento propostas no Manual de Projeto de Obras de Artes Especiais do DNER. Os resultados apontam que as espessuras das lajes recomendadas no manual resultaram em dimensões estruturais maiores das que são utilizadas nos estudos de casos, porém seguindo a mesma ordem de grandeza. Adicionalmente, foram calculadas as taxas de aço utilizadas nas lajes das pontes, cujos valores se aproximaram de um valor na literatura técnica.

**Palavras-chave:** Pontes em laje, Estudo de caso, Pré-dimensionamento, Taxas de aço.

#### 1 INTRODUÇÃO

De acordo com a NBR 7188:2013, as pontes são construções utilizadas para transpor obstáculos naturais, como rios, córregos e vales e que estão sujeitas à ação de cargas móveis com posicionamento variável.

Segundo Chianca (2016), os primeiros registros da utilização de pontes na história, levando em consideração as ligações dos apoios com o solo, foram feitos a partir do século III a.C., construídas pelos romanos; posteriormente, durante os séculos V a XV d.C., foram descobertas pontes com inúmeros objetivos, incluindo fins militares, comerciais, residenciais e aquedutos.

Ainda segundo Chianca (2016), posteriormente, com o advento da Revolução Industrial, nota-se um importante avanço tecnológico na elaboração de novas pontes, abrindo possibilidades mais amplas de projeto, por conta de novos maquinários, materiais e métodos construtivos.

Segundo Leonhardt (1979), citado por El Debs e Takeya (2007), historicamente e cronologicamente, as pontes caminharam na seguinte evolução:

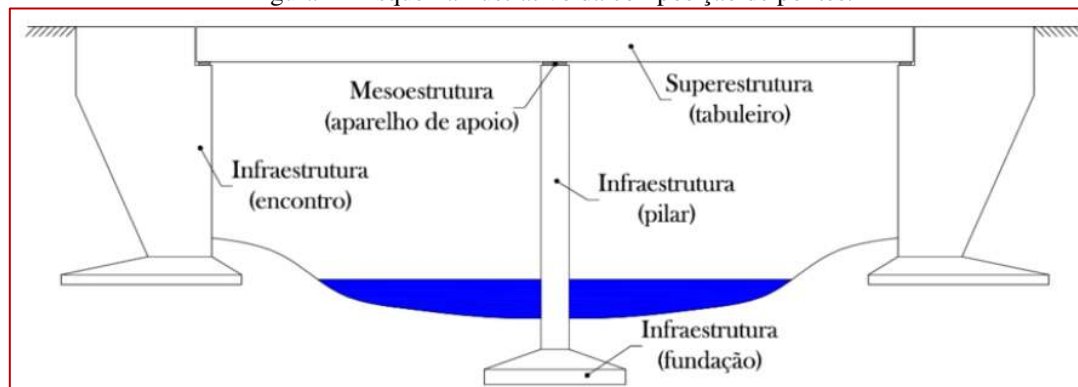
- **Pontes de madeira** - a madeira tem sido empregada desde a antiguidade na construção de pontes, inicialmente com arranjos estruturais bastante simples. Destaca-se que, com este material, chegou-se a construir pontes com vãos consideráveis, como a construída em 1758, sobre o rio Reno, com 118 m de vão.
- **Pontes de pedra** - a pedra, assim como a madeira, era empregada desde a antiguidade, na construção de pontes. Os romanos e os chineses já construíam abóbadas em pedra antes de Cristo. Os romanos chegaram a construir pontes, em forma de arco semicircular com até 30 m de vão. Na idade média, atingiram vãos de 50 m.
- **Pontes metálicas** - embora as primeiras pontes metálicas tenham surgido no fim do século XVIII, em ferro fundido, foi a partir da metade do século seguinte, com o desenvolvimento das ferrovias, é que floresceu o emprego do aço na construção das pontes.
- **Pontes de concreto armado** - as primeiras pontes em concreto apareceram no início do século 20. Eram pontes de concreto simples em arco tri articulado, com o material substituindo a pedra, sendo que foi a partir de 1912 que começaram a ser construídas as pontes de viga e de pórtico em concreto armado, com vãos de até 30 m.
- **Pontes de concreto protendido** - embora as primeiras pontes em concreto protendido tenham sido feitas a partir de 1938, foi após a Segunda Guerra Mundial que o concreto protendido começou a ser empregado com grande frequência, por causa da necessidade de se reconstruir rapidamente muitas pontes destruídas durante a guerra.

Segundo Pinho e Bellei (2007), inúmeros tipos de pontes são possíveis de serem realizados. Basicamente, as estruturas das pontes e viadutos atuais podem ser construídas de concreto, madeira, aço e estruturas mistas em aço-concreto. Esses autores citam que, atualmente, o engenheiro estrutural tem a disposição um grande poder de análise com o uso de programas computacionais, desenvolvendo em pouco tempo projetos que levariam meses ou anos.

## 2 ELEMENTOS ESTRUTURAIS DAS PONTES

De acordo com os aspectos estruturais, as pontes podem ser divididas em superestrutura, infraestrutura e aparelhos de apoio, conforme Figura 1.

Figura 1 - Esquema ilustrativo da composição de pontes.



Fonte: Adaptado de El Debs e Takeya (2007)

Segundo El Debs e Takeya (2007), a **superestrutura** é a parte da ponte destinada a vencer o obstáculo, podendo ser subdividida em duas partes:

- **Estrutura principal** (ou sistema estrutural principal ou simplesmente sistema estrutural) - que tem a função de vencer o vão livre;
- **Estrutura secundária** (ou tabuleiro ou estrado) - que recebe a ação direta das cargas e a transmite para a estrutura principal.

Ainda conforme El Debs e Takeya (2007), o **aparelho de apoio** é o elemento colocado entre a infraestrutura e a superestrutura, destinado a transmitir as reações de apoio e permitir determinados movimentos da superestrutura.

El Debs e Takeya (2007) citam que **infraestrutura** é a parte da ponte que recebe as cargas da superestrutura através dos aparelhos de apoio e as transmite ao solo. A infraestrutura pode ser subdividida em suportes e fundações. Os suportes podem ser subdivididos em:

- **Encontro** - elemento situado nas extremidades da ponte, na transição de ponte com o aterro da via, e que tem a dupla função, de suporte, e de arrimo do solo;
- **Pilar** - elemento de suporte, normalmente situado na região intermediária, e que não tem a finalidade de arrimar o solo.

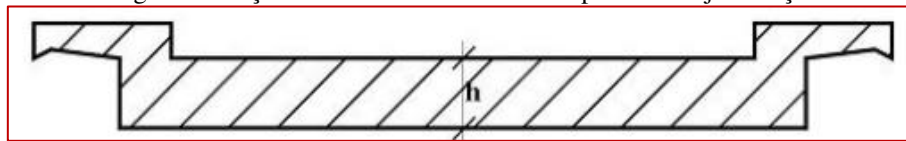
### 3 TIPOS DE SUPERESTRUTURA

De acordo com o sistema estrutural da superestrutura, Vitório (2002) apresenta algumas possibilidades:

#### 3.1 PONTE EM LAJE

São pontes cujos tabuleiros são constituídos apenas por laje, sem qualquer tipo de viga (figura 2). Trata-se da solução adotada apenas para pequenos vãos.

Figura 2 - Seção transversal de tabuleiro de ponte em laje maciça.

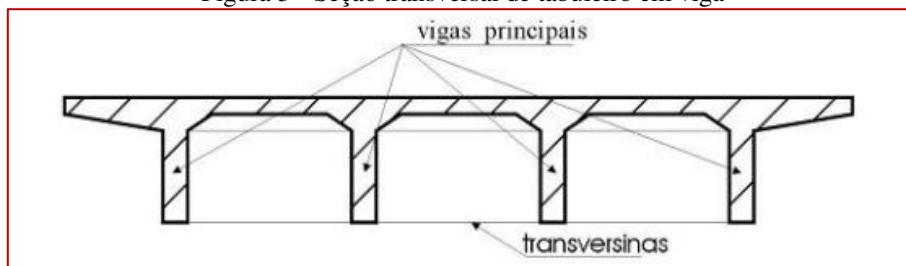


Fonte: Vitório (2002)

### 3.2 PONTE EM VIGA

Pontes cujo sistema estrutural do tabuleiro é constituído por duas ou mais vigas longitudinais (longarinas) e vigas transversais (transversinas). Neste tipo de estrutura, existe uma laje superior na qual situam-se as pistas de rolamento (figura 3).

Figura 3 - Seção transversal de tabuleiro em viga

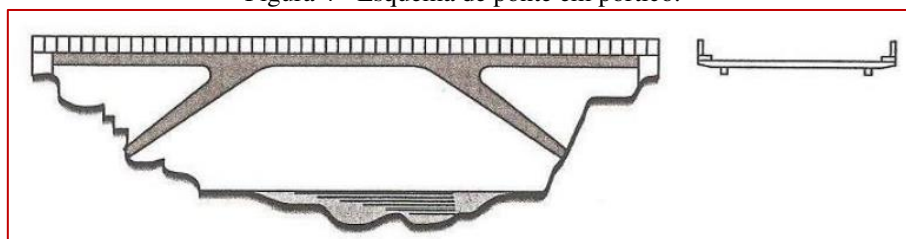


Fonte: Vitório (2002)

### 3.3 PONTE EM PÓRTICO

Nesses tipos de pontes, os pórticos são formados pela ligação das vigas com os pilares ou com as paredes dos encontros, caracterizando a continuidade entre esses elementos em substituição às articulações (figura 4).

Figura 4 - Esquema de ponte em pórtico.



Fonte: Marchetti (2008)

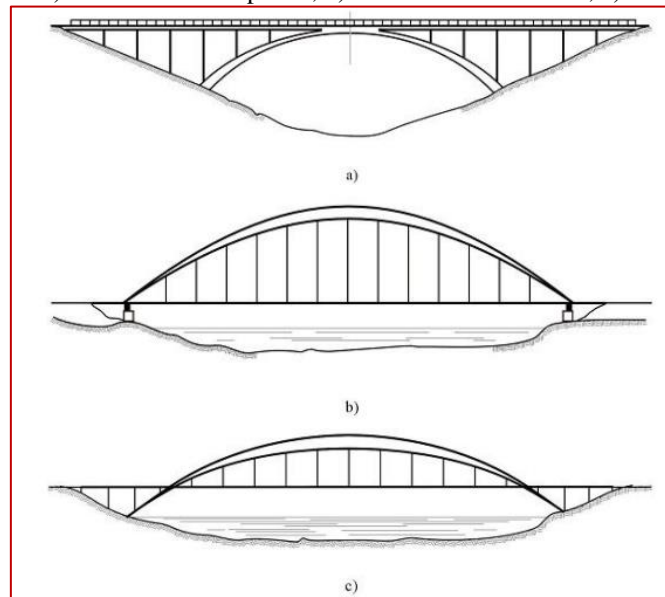
### 3.4 PONTE EM ARCO

Esse sistema estrutural foi muito utilizado no passado por conta de ser a única alternativa viável para vencer grandes vãos, sobretudo pela ausência de apoios intermediários, sendo possível a realização sobre cursos d'água sem a necessidade de pilares submersos.

A predominância dos esforços de compressão com pequena excentricidade e a exigência de pequenas seções de armações fizeram do arco a estrutura adequada para a utilização do concreto armado.

Na figura 5, encontram-se três esquemas comumente usados nas pontes em arco.

Figura 5 - Pontes em arco. a) com tabuleiro superior; b) com tabuleiro inferior; c) com tabuleiro intermediário.

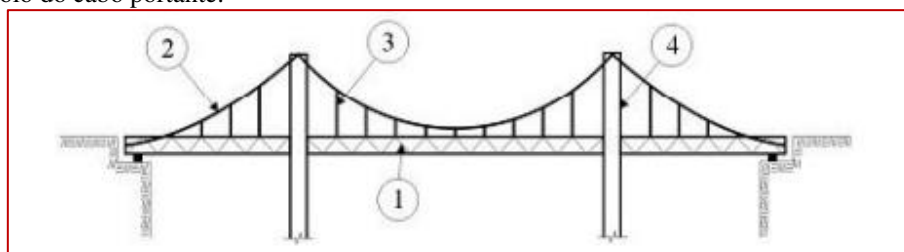


Fonte: Vitório (2002)

### 3.5 PONTE PÊNSIL

Essas pontes são constituídas e caracterizadas principalmente pela presença de cabos dispostos parabolicamente e pendurais verticais, conforme pode ser visto na figura 6, geralmente executadas em vigamentos metálicos suspensos por cabos portantes de aço.

Figura 6 - Esquema de uma ponte pênsil. 1. Viga metálica; 2. Cabo portante; 3. Pendurais de suspensão de vigamento; 4. Torres de apoio do cabo portante.

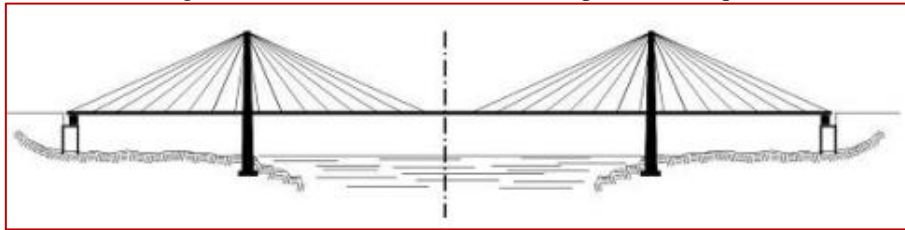


Fonte: Vitório (2002)

### 3.6 PONTE ESTAIADA

Nas pontes estaiadas, o tabuleiro é suspenso através de cabos inclinados fixados em torres (figura 7). O tabuleiro, geralmente metálico ou em concreto protendido, deve ter grande rigidez à torção, de modo a reduzir os movimentos vibratórios causados pela ação transversal do vento.

Figura 7 - Ponte estaiada com cabos dispostos em leque.



Fonte: Vitório (2002)

### 4 PONTES EM LAJE

De acordo com a NBR 7187 : 2021, as espessuras mínimas em lajes maciças devem ser:

- a) lajes destinadas à passagem de tráfego ferroviário:  $h \geq 20$  cm;
- b) lajes destinadas à passagem de tráfego rodoviário:  $h \geq 15$  cm;
- c) demais casos:  $h \geq 12$  cm.

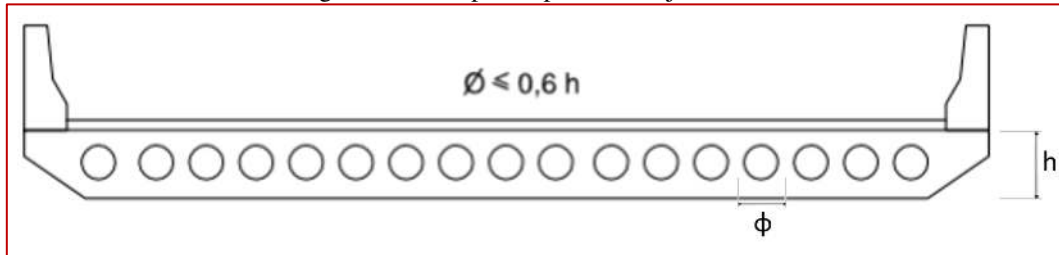
De acordo com o Manual de Projeto de Obras de Artes Especiais do DNER, em Brasil (1996), as estruturas em laje podem ser moldadas no local ou constituídas de elementos pré-moldados, sendo indicadas para vãos curtos, baixa altura de construção e pequenas relações altura/vão. Apresentam grandes vantagens construtivas, já que os detalhes de fôrmas, das armaduras e a concretagem são simples, resultando em velocidade e facilidade de construção.

Conforme Brasil (1996), para estruturas moldadas no local, existem dois tipos principais de lajes: maciças e vazadas. As lajes maciças em concreto armado convencional são utilizadas para vãos até 15 m, com relação altura/vão da ordem de 1/15, em vãos isostáticos, e 1/20 e 1/24, em vãos contínuos; em concreto armado protendido, atingem relação altura/vão de 1/30, sendo usadas em vãos até 24 m quando a altura da laje é constante e vãos até 30 m ou 36 m quando são introduzidas mísulas nos apoios.

De acordo ainda com Brasil (1996), as lajes vazadas são recomendadas para diminuir o peso próprio que as estruturas com grandes vãos teriam se em lajes maciças; para vãos maiores que 12 m, é aconselhável prover aberturas longitudinais, em geral, em formato circular, conforme

figura 8. As espessuras mínimas das lajes de concreto, acima e abaixo dos vazios, não devem ser inferiores a 12 cm, sendo que as nervuras entre os vazios devem ter espessura adequada para acomodar as armaduras, tornando-se obrigatório o uso de estribos.

Figura 8 - Exemplo de ponte em laje vazada.

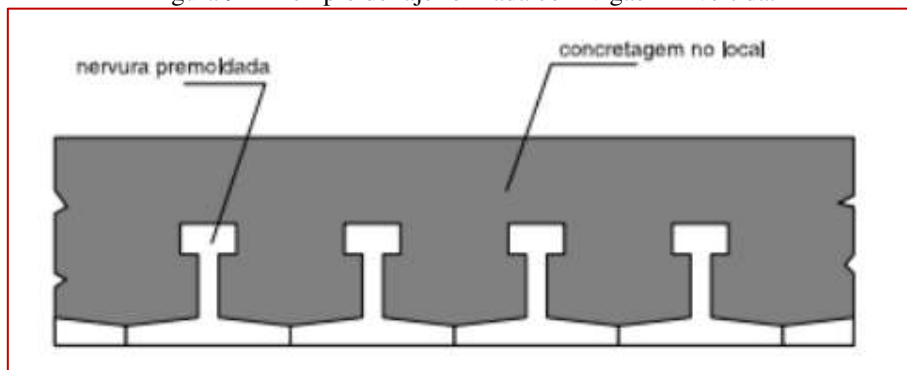


Fonte: Adaptado de Brasil (1996)

Brasil (1996) cita que, para estruturas constituídas de elementos de laje pré-moldados, podemos contar com estruturas com vigas T invertidas e as com elementos vazados, conforme a

Figura 9. As estruturas com vigas T invertidas são colocadas em seus lugares definitivos e preenchidas com concreto para atingir o greide desejado. O trabalho conjunto dos elementos pré-moldados é garantido por armaduras de espera e armaduras transversais. Essa estrutura é comumente usada para vãos de 12 a 20 m e a espessura dos elementos pré-moldados varia de 12 a 15 cm. Uma variante desse sistema é uma solução em que os vazios entre os elementos não são preenchidos e a concretagem é feita com o auxílio de fôrmas. Esse método é geralmente utilizado para vãos isostáticos compreendidos entre 15 e 30 m, com relação altura/vão variando de 1/20 a 1/25 para vigas pré-moldadas protendidas, e a espessura da alma situa-se entre 10 e 20 cm, sendo o peso máximo de cada nervura normalmente inferior a 30 tf.

Figura 9 - Exemplo de laje formada com vigas T invertida.



Fonte: Brasil (1996)

Já as estruturas constituídas de elementos vazados, conforme Brasil (1996), são compostas de vigas-caixão pré-moldadas justapostas transversalmente, com juntas preenchidas com

argamassa e ligação transversal feita por meio de protensão ou armadura passiva. As mesas inferiores das vigas-caixão tornam esse sistema adequado para obras com continuidade longitudinal posterior. Esse tipo de seção transversal é utilizado para baixas relações altura/vão, de 1/25 ou menos, em concreto protendido, com peso máximo dos elementos pré-moldados não superior a 70 tf e vãos de 15 a 30 m. A altura do tabuleiro varia de 0,5 a 1,0 metro, com espessuras mínimas de 12 cm para a mesa e de 10 cm para a alma das vigas. É conveniente prever enchimentos de regularização para nivelar a estrutura antes da pavimentação, devido às deformações diferenciadas das vigas pré-moldadas.

## 5 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho se baseia em uma revisão bibliográfica e coleta de dados de informações relevantes sobre as pontes em laje estudadas, sobretudo a respeito da relação espessura sobre o vão da laje e taxas de aço, relacionando com valores de referência.

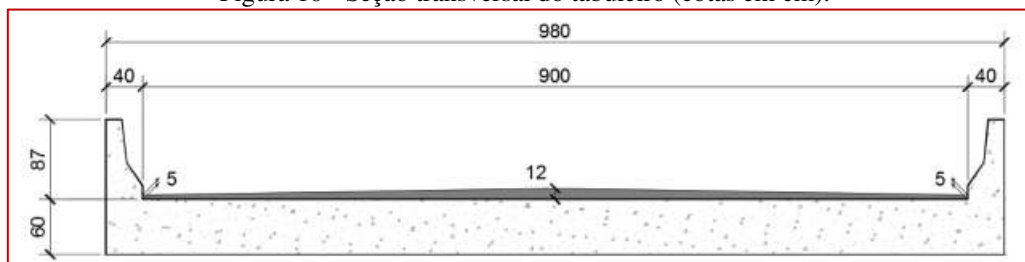
## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 6.1 ESTUDOS DE CASO DE PONTES EM LAJE

#### 6.1.1 Ponte Chianca (2016)

Chianca (2016) apresenta uma ponte rodoviária de classe 45 (definida para um veículo tipo de 450 kN, com seis rodas, segundo Andrade (2017)), localizada em uma rodovia de pista simples de Classe IV (rodovia de pista simples, suportando volumes de tráfego com volume de tráfego diário menor que 300 veículos, segundo DAER (1991)). Ela possui um vão com comprimento total de 11,00 m e uma largura de 9,80 m, cuja largura total da ponte corresponde a duas faixas de rolamento, cada uma com 3,0 m de largura, além de dois acostamentos de 1,50 m cada. A estrutura da ponte é suportada por dois encontros em muros de concreto ciclópico nas extremidades, que foram dimensionados levando em consideração o vão e a classe da ponte. Para a construção do tabuleiro da ponte, foi utilizada uma laje maciça com espessura constante de 60cm. As figuras 10 e 11 mostram as seções da ponte.

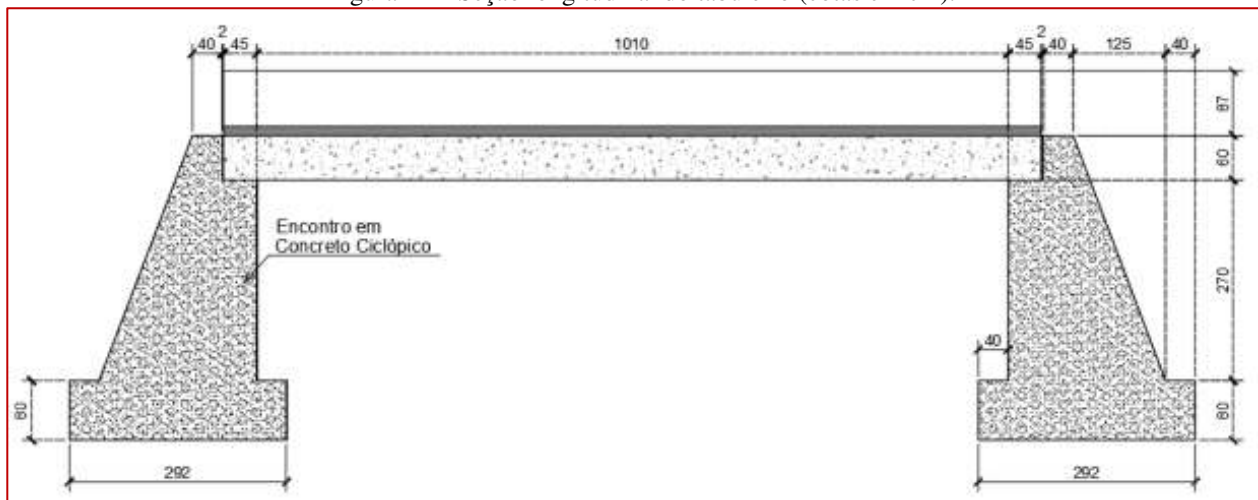
Figura 10 - Seção transversal do tabuleiro (cotas em cm).



Fonte: Chianca (2016)

Conforme as recomendações de Brasil (1996), descritas nesse artigo, para o vão de 11m, um bom pré-dimensionamento seria uma espessura de  $11/15 = 0,73\text{m}$ ; já de acordo com a NBR7187:2021, a espessura mínima deve ser de 20cm. Assim, os 60 cm dimensionados por Chianca (2016) estão dentro do esperado.

Figura 11 – Seção longitudinal do tabuleiro (cotas em cm).



Fonte: Chianca (2016)

Quanto ao dimensionamento das armaduras de flexão, Chianca (2016) mostra a tabela 1, não sendo necessárias armaduras transversais.

Tabela 1 – Armaduras do dimensionamento à flexão.

Posição	Momento de Cálculo (tfm/m)	bw (cm)	h (cm)	d (cm)	x (cm)	Domínio	$A_{s,calc}$ (cm/m)	$\phi$ adotado	Espaçamento (cm)
Meio da Placa Direção x	75.836	100	60	56.25	9.96	2	33.37	$\phi$ 25.0	15
Meio do Bordo livre Direção x	86.592	100	60	56.25	11.51	2	38.56	$\phi$ 25.0	12.5
Meio da Placa Direção y	12.836	100	60	54.5	16.36	3	5.48	$\phi$ 10.0	15

Fonte: Chianca (2016)

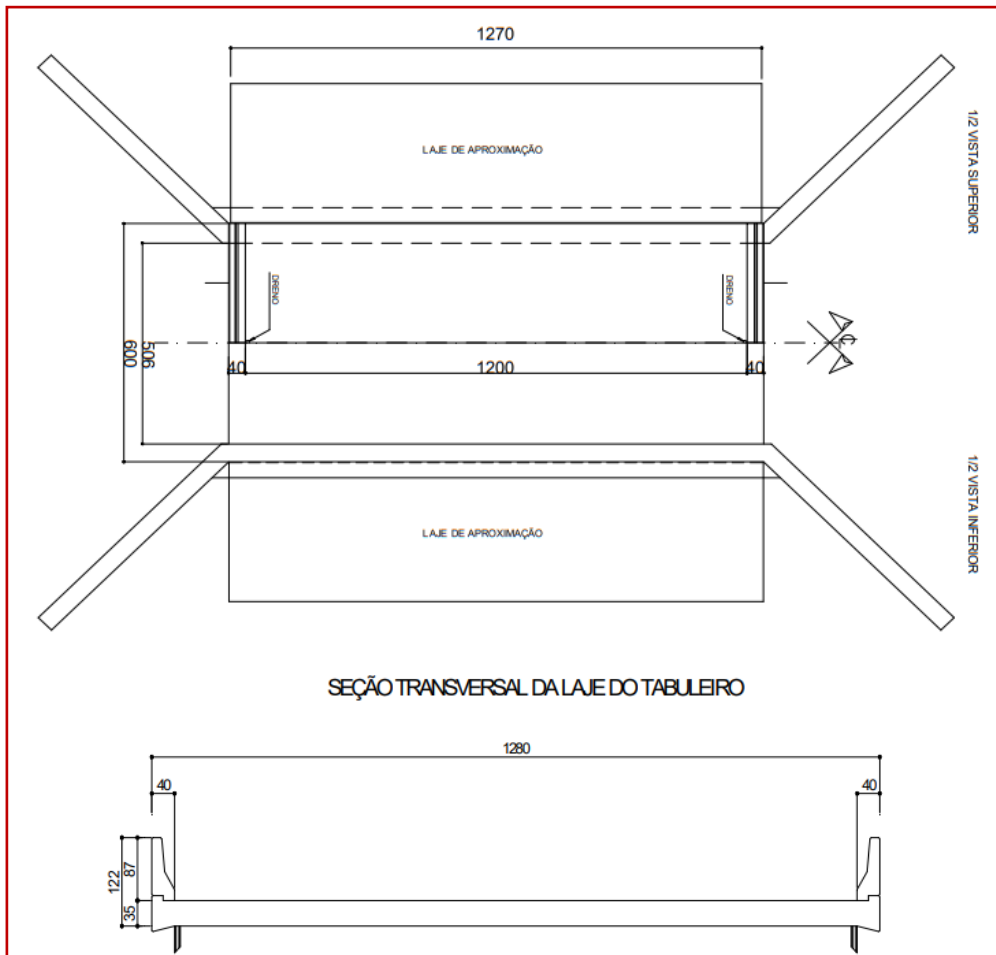
Ainda de acordo com Chianca (2016), a direção X se refere à direção paralela ao eixo da ponte e a direção Y à direção perpendicular ao eixo da ponte.

### 6.1.2 Ponte Freire (2013)

Freire (2013) apresenta um exemplo de uma ponte em laje com vão de 6,00m, simplesmente apoiada em suas bordas, largura de 12,70m, dimensionada com um valor de

espessura para a laje de 0,35m, cuja planta e seção transversal pode ser vista na figura 12. Utilizando o valor sugerido em Brasil (1996), temos um valor de pré-dimensionamento de  $6,00/15 = 0,40\text{m}$ . Assim, o valor de 0,35m está dentro da ordem de grandeza esperada.

Figura 12 – Planta e seção transversal do tabuleiro modelo (cotas em cm).



Fonte: Freire (2013)

De acordo com os materiais usados na estrutura (aço CA-50,  $f_y = 500\text{MPa}$ , concreto C35), Freire (2013) dimensiona os seguintes valores de armadura à flexão:

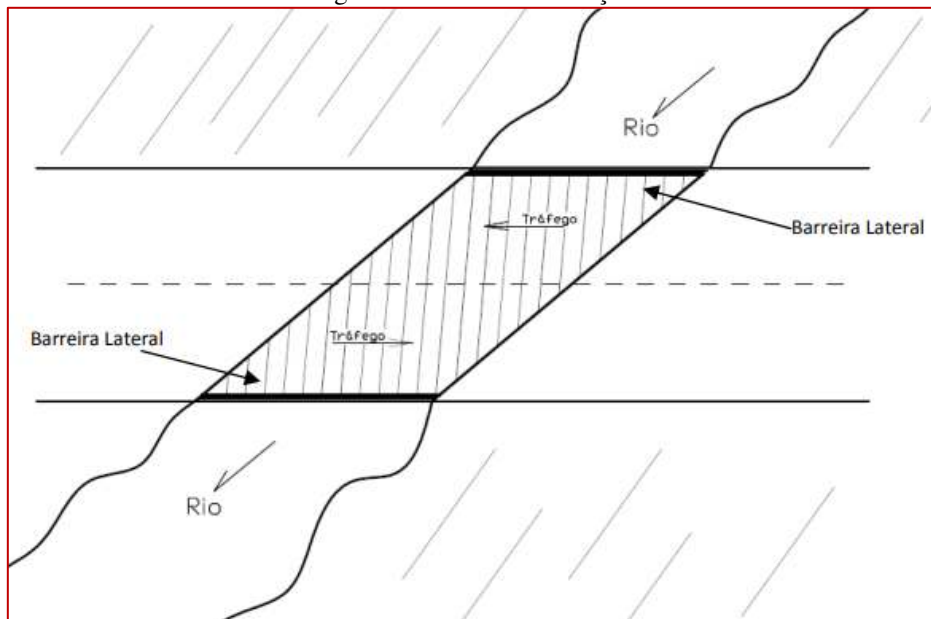
- Paralelo ao eixo da ponte:  $A_s = 28\text{cm}^2/\text{m}$  – Adotando  $\phi 20$  c/ 10.
- Perpendicular ao eixo da ponte:  $A_s = 5,4\text{ cm}^2/\text{m}$  – Adotando  $\phi 16$  c/ 30.

### 6.1.3 Ponte Daher (2010)

Daher (2010), para um projeto de análise e dimensionamento à flexão, utilizou de um modelo de ponte em laje esconsa maciça, para vencer um vão de rio com 9,65m. No dimensionamento, Daher (2010) adotou uma espessura de 0,55m. Por se tratar de uma ponte

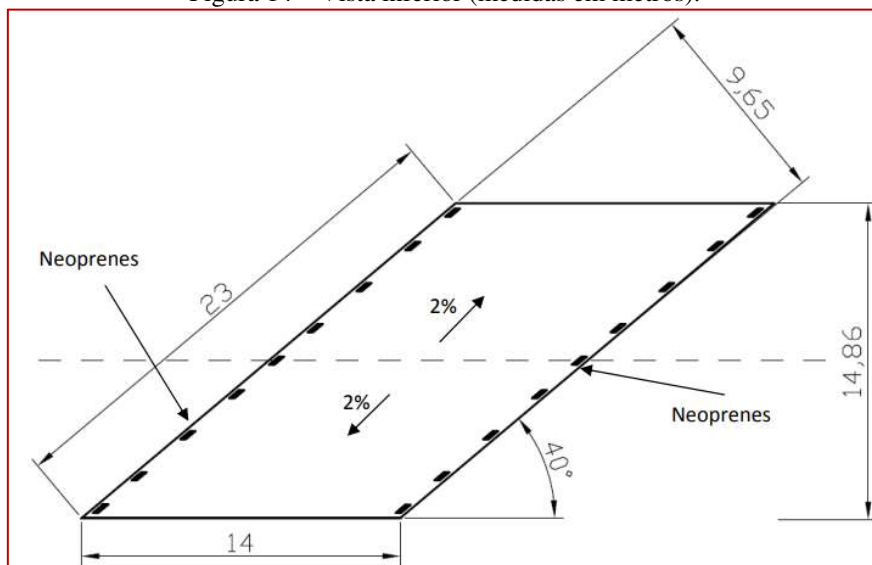
isostática, utilizando os valores sugeridos por Brasil (1996), teríamos uma espessura de  $9,65/15 = 0,64\text{m}$ . Portanto, os  $0,55\text{ m}$  dimensionados estão dentro da ordem de grandeza esperada no pré-dimensionamento. O tabuleiro da ponte de apoia sobre aparelhos de Neoprene, que por sua vez, se apoiam nos encontros, conforme os desenhos esquemáticos abaixo, mostrados nas figuras 13, 14 e 15.

Figura 13 – Planta de situação.



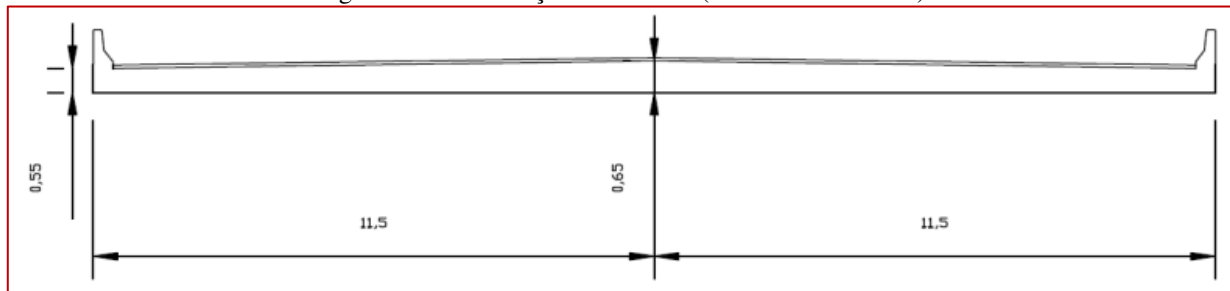
Fonte: Daher (2010)

Figura 14 – Vista inferior (medidas em metros).



Fonte: Daher (2010)

Figura 15 – Corte seção transversal (medidas em metros).



Fonte: Daher (2010)

Daher (2010) mostra, na tabela 2, o resumo de armaduras, calculadas por 3 métodos diferentes. O método de Leonhardt, de acordo com Parsekian (1996), gera armaduras esconsas em relação às direções principais, porém ortogonais entre si, tendo como base o critério de resistência do momento normal. Já o método de Wood & Armer (90° e 40°), ainda de acordo com Parsekian (1996), permite o dimensionamento de armaduras em malhas ortogonais ou não ortogonais entre si, tendo como base de cálculo o equilíbrio de forças aplicadas e resistentes de uma ação.

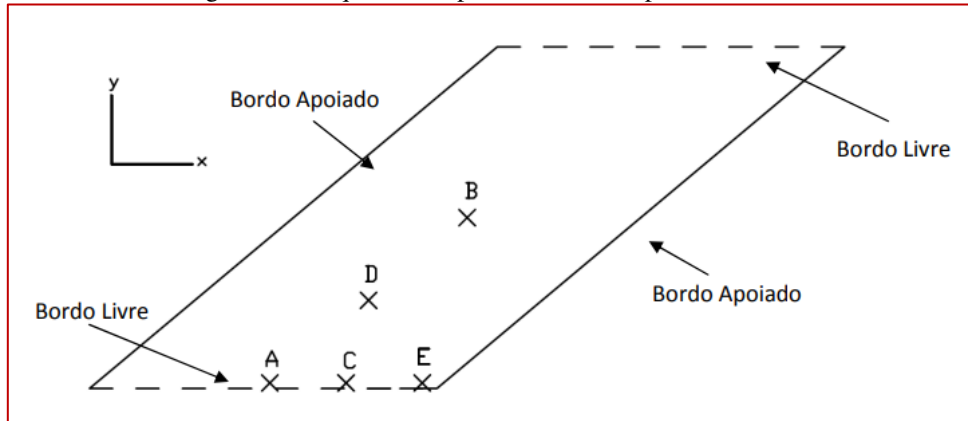
Tabela 2 – Resumo das áreas das armaduras (cm<sup>2</sup>) do dimensionamento à flexão.

(cm <sup>2</sup> /m)	Leonhardt		W & A (90°)		W & A (40°)	
	As <sub>x</sub>	As <sub>y</sub>	As <sub>x</sub>	As <sub>y</sub>	As <sub>x</sub>	As <sub>B</sub>
A	30,77	8,81	30,77	8,81	21,42	13,31
B	15,12	17,94	15,12	17,94	37,93	53,55
C	35,90	16,72	35,90	16,72	17,24	24,90
D	20,17	18,39	20,17	18,39	24,14	40,19
E+	9,25	26,94	9,25	26,94	12,62	60,96
E-	33,34	10,70	33,34	10,70	64,53	8,25

Fonte: Daher (2010)

Daher (2010), na Figura 16, apresenta as localizações de cada ponto. O ponto A e B se referem aos locais onde há o maior momento fletor positivo no vão da região do bordo livre e no vão da região central, respectivamente; o ponto E é o local onde há o maior momento fletor negativo devido a influência da esconsidade da ponte. Já os pontos C e D são auxiliares para o cálculo.

Figura 16 - Esquema dos pontos utilizados para o cálculo.

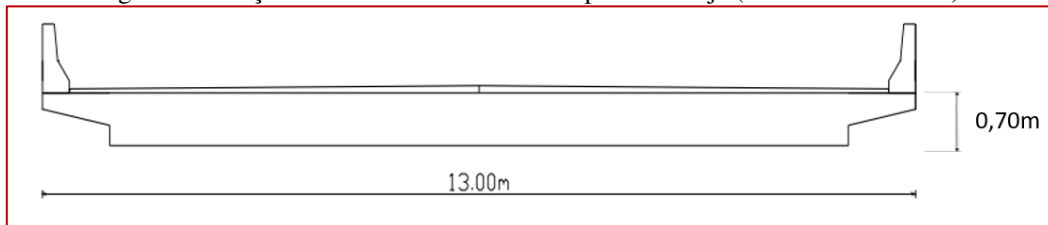


Fonte: Daher (2010)

#### 6.1.4 Ponte Gordilho Neto (2012)

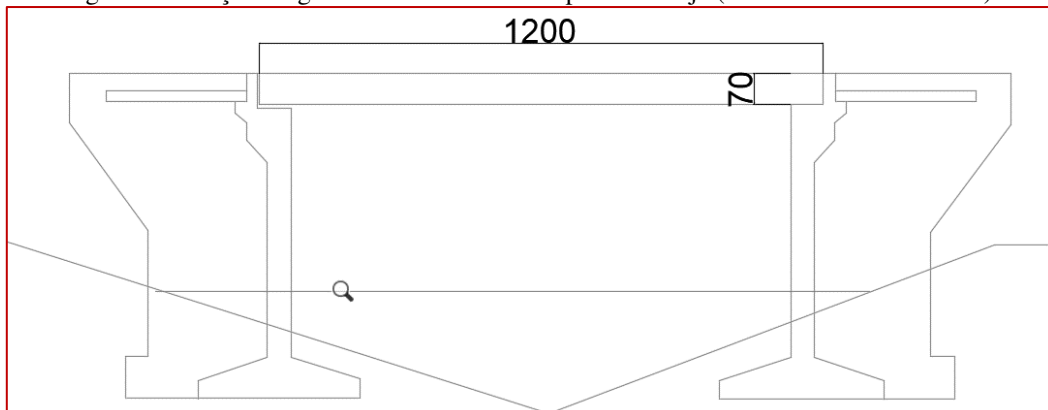
Gordilho Neto (2012), para uma análise comparativa do dimensionamento via tabelas de Rüsç com o método das grelhas, utilizou uma ponte em laje maciça com 12 metros de vão, apoiada nas extremidades, 13 metros de largura e 0,70m de espessura. Por se tratar de uma ponte isostática, conforme Brasil (2016), teríamos uma espessura de  $12/15 = 0,80\text{m}$ , fazendo com que a espessura adotada esteja na ordem de grandeza do pré-dimensionamento sugerido. As seções transversal e longitudinal da ponte podem ser vistas na figura 17 e 18, respectivamente.

Figura 17 – Seção transversal do tabuleiro da ponte em laje (medidas em metros).



Fonte: Gordilho Neto (2012)

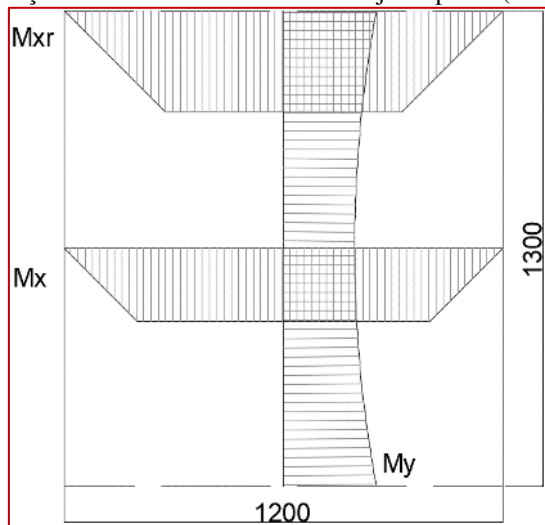
Figura 18 – Seção longitudinal do tabuleiro da ponte em laje (medidas em centímetros).



Fonte: Adaptado de Gordilho Neto (2012)

Após a análise da estrutura da ponte por meio das tabelas de Rüsç e método de grelha, Gordilho Neto (2012) chegou aos resultados de momentos fletores máximos que constam na tabela 3 e 4. Conforme a figura 19,  $M_x$  é o momento máximo no centro do tabuleiro, na direção paralela ao eixo,  $M_y$  é o momento máximo na borda do tabuleiro, na direção perpendicular ao eixo e  $M_{xr}$  o momento máximo na borda do tabuleiro, na direção paralela ao eixo.

Figura 19 – Representação dos momentos atuantes na laje da ponte (medidas em centímetros).



Fonte: Próprio autor (2023)

Tabela 3 – Momentos fletores máximos (análise de grelha).

Analogia de Grelha	$M_x$ (kN.m)	$M_y$ (kN.m)	$M_{xr}$ (kN.m)
Carregamento Permanente	445,23	-31,58	463,27
Carregamento Móvel no Bordo	248,70	-35,49	367,57
Carregamento Móvel no Centro	268,28	22,96	-

Fonte: Gordilho Neto (2012)

Tabela 4 – Momentos fletores máximos (tabelas de Rüsç).

Tabelas de Rüsç	$M_x$ (kN.m/m)	$M_y$ (kN.m/m)	$M_{xr}$ (kN.m/m)
Carregamento Permanente	411,91	-41,68	424,1
Carregamento Móvel no Bordo	-	-	367,47
Carregamento Móvel no Centro	268,23	64,75	-

Fonte: Gordilho Neto (2012)

Com esses valores citados por Gordilho Neto (2012), podemos calcular as armaduras utilizando a calculadora de lajes do TQS (2023), conforme as figuras 20, 21 e 22. Aplicando  $f_{ck}=35\text{MPa}$ ,  $b_w = 100\text{cm}$  e  $d = 70 - 4 = 66\text{cm}$ , temos, para as armaduras inferiores:

O valor de  $M_x$  adotado será o máximo entre o método de análise de grelha e as tabelas de Rusch.

$$\text{Para } M_{x_{\text{grelha}}} = 445,23 + 268,28 \text{ (maior valor)} = 713,51 \text{ kN.m}$$

$$\text{Para } M_{x_{\text{rusch}}} = 411,91 + 268,23 = 680,14 \text{ kN.m}$$

$$\text{Para } M_{x_{\text{r}_{\text{grelha}}}} = 463,27 + 367,57 = 830,84 \text{ kN.m}$$

$$\text{Para } M_{x_{\text{r}_{\text{rusch}}}} = 424,10 + 367,47 = 791,57 \text{ kN.m}$$

$$\text{Portanto, adota-se } M_x = 830,84 \text{ kN.m} = 84,72 \text{ tf.m}$$

$$\text{Para } M_{y_{\text{grelha}}} = -31,58 - 35,49 = -67,07 \text{ kN.m}$$

$$\text{Para } M_{y_{\text{rusch}}} = -41,68 + 64,75 = 23,07 \text{ kN.m}$$

$$\text{Portanto } M_{y_{\text{sup}}} = -67,07 \text{ kN.m} = 6,84 \text{ tf.m} \text{ e } M_{y_{\text{inf}}} = 23,07 \text{ kN.m} = 2,35 \text{ tf.m}$$

Para a direção Y, a armadura calculada é inferior à mínima, portanto, sendo necessário adotar a mínima para o dimensionamento.

Para o cálculo das armaduras negativas, em ambas as direções se aplica o momento negativo máximo =  $-67,07 \text{ kN.m} = 6,84 \text{ tf.m}$ .

Da mesma forma que a armadura superior na direção Y, a armadura negativa calculada é inferior à mínima, portanto, sendo necessário adotar a mínima para o dimensionamento.

Figura 20 - Dimensionamento das armaduras inferiores na direção X (paralela ao eixo).

Norma: ABNT NBR 6118:2014

**Materiais**  
 $f_{ck}$ : 35 MPa

**Geometria / Seção**  
    
 $b_w$ : 100 cm  
 $d$ : 66 cm

**Esforço solicitante (tfm)**  
 $M_{sdl} = M_{sd} \cdot x \cdot \gamma_f$   
 118.61 = 84.72 x 1.4

**Armaduras**  
 44.39 cm<sup>2</sup>  
 $A_s$ : 2  $\varnothing$  6.3 mm  
  $\varnothing$  6.3 mm c/ 0 cm  
 $A_s'$ : 0.00 cm<sup>2</sup>

**Flexão simples**  
**Resultados**  
 $A_s = 44.39 \text{ cm}^2$   
 $A_s' = 0.00 \text{ cm}^2$   
 $x = 11.4 \text{ cm}$   
 $\beta_x = x/d = 0.17$

Fonte: Próprio autor (2023)

Figura 21 - Dimensionamento das armaduras inferiores na direção Y (perpendicular ao eixo).

**Flexão simples**

**Resultados**

$A_s = 1.15 \text{ cm}^2$   
 $A_s' = 0.00 \text{ cm}^2$   
**Armadura calculada = 1.15 cm<sup>2</sup> < Armadura mínima = 10.28 cm<sup>2</sup>**  
 $x = 0.3 \text{ cm}$   
 $\beta_x = x/d = 0.00$

Fonte: Próprio autor (2023)

Figura 22 - Dimensionamento das armaduras superiores em ambas as direções.

**Flexão simples**

**Resultados**

$A_s = 3.35 \text{ cm}^2$   
 $A_s' = 0.00 \text{ cm}^2$   
**Armadura calculada = 3.35 cm<sup>2</sup> < Armadura mínima = 10.28 cm<sup>2</sup>**  
 $x = 0.9 \text{ cm}$   
 $\beta_x = x/d = 0.01$

Fonte: Próprio autor (2023)

Utilizando as tabelas de Pinheiro (2004), pode-se encontrar a bitola e o espaçamento para cada direção, conforme a figura 23.

Figura 23 - Área da seção de barras por metro de largura (cm<sup>2</sup>/m).

ÁREA DA SEÇÃO DE BARRAS POR METRO DE LARGURA as (cm <sup>2</sup> /m)							
s (cm)	DIÂMETRO NOMINAL (mm)						s (cm)
	6,3	8,0	10,0	12,5	16,0	20,0	
5,0	6,24	10,06	15,70	24,54	40,22	62,84	5,0
5,5	5,67	9,15	14,27	22,31	36,56	57,13	5,5
6,0	5,20	8,38	13,08	20,45	33,52	52,37	6,0
6,5	4,80	7,74	12,08	18,88	30,94	48,34	6,5
7,0	4,46	7,19	11,21	17,53	28,73	44,89	7,0
7,5	4,16	6,71	10,47	16,36	26,81	41,89	7,5
8,0	3,90	6,29	9,81	15,34	25,14	39,28	8,0
8,5	3,67	5,92	9,24	14,44	23,66	36,96	8,5
9,0	3,47	5,59	8,72	13,63	22,34	34,91	9,0
9,5	3,28	5,29	8,26	12,92	21,17	33,07	9,5
10,0	3,12	5,03	7,85	12,27	20,11	31,42	10,0
11,0	2,84	4,57	7,14	11,15	18,28	28,56	11,0
12,0	2,60	4,19	6,54	10,23	16,76	26,18	12,0

Fonte: Adaptado de Pinheiro (2004).

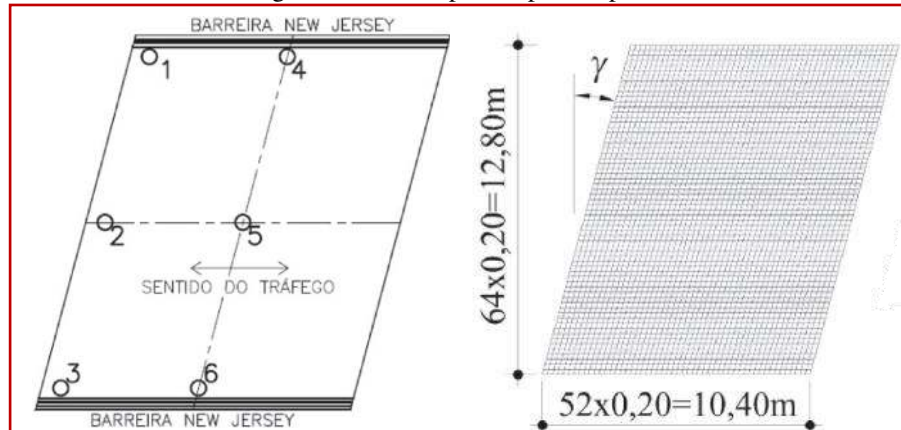
Portanto, tem-se:

- Paralelo ao eixo da ponte:  $As = 44,39 \text{ cm}^2/\text{m} - \phi 20 \text{ c/ } 7 - As = 44,89 \text{ cm}^2/\text{m}$ .
- Perpendicular ao eixo da ponte:  $As = 10,28 \text{ cm}^2/\text{m} - \phi 12,5 \text{ c/ } 10 - As = 12,27 \text{ cm}^2/\text{m}$ .
- Ambos os sentidos, arm. negativa:  $As = 10,28 \text{ cm}^2/\text{m} - \phi 12,5 \text{ c/ } 10 - As = 12,27 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

### 6.1.5 Pontes Rocha e Schulz (2017)

Rocha e Schulz (2017) apresentam uma série de pontes em laje esconsa cujo vão é de 10,40m, espessura de 0,60m (dimensões fixas) e angulações variando de 0°, 15°, 30° e 45°, formando um total de quatro pontes analisadas. De acordo com Brasil (2016), por se tratar de pontes isostáticas, um pré-dimensionamento adequado para a espessura seria  $10,40/15 = 0,68\text{m}$ , independentemente da angulação, mostrando que o valor adotado pelos autores se encontra dentro da ordem de grandeza. Rocha e Schulz (2017) adotaram seis pontos nas lajes das pontes, conforme figura 24 para o dimensionamento das armaduras através do modelo de chapas fissuradas.

Figura 24 - Planta padrão para as pontes.



Fonte: Rocha e Schulz (2017)

Realizando os cálculos, Rocha e Schulz (2017) chegaram aos valores para as armaduras conforme mostrado na Tabela 5, sendo o ângulo  $\alpha$  é sempre zero, já que o eixo da laje é definido sempre no sentido do tráfego, e o ângulo  $\beta$  é definido por  $\beta=90^\circ-\gamma$ , onde  $\gamma$  é o ângulo de escorridade da laje. As áreas de aço são apresentadas em uma relação de armaduras superiores e inferiores máximas, para a direção paralela ao eixo (ângulo  $\alpha$ ) e para a direção contrária ao eixo (ângulo  $\beta$ )

Tabela 5 - Áreas de aço nas lajes.

Ponto	As( $\alpha$ ,sup,máx)/As( $\alpha$ ,inf,máx) - (cm <sup>2</sup> /m) - direção paralela ao eixo				As( $\beta$ ,sup,máx)/As( $\beta$ ,inf,máx) - (cm <sup>2</sup> /m) - direção contrária ao eixo			
	$\gamma = 0^\circ$	$\gamma = 15^\circ$	$\gamma = 30^\circ$	$\gamma = 45^\circ$	$\gamma = 0^\circ$	$\gamma = 15^\circ$	$\gamma = 30^\circ$	$\gamma = 45^\circ$
1	0/12,57	4,1/27,27	8,29/40,78	13,5/48,96	3,69/5,62	8,28/17,18	8,44/35,56	2,8/52,98
2	0/8,17	0/9,15	0,67/18,68	4,92/25,88	0,62/3,27	0,94/5,59	5,72/12,97	11,62/23
3	0/12,57	0/7,89	0/4,03	0/2,54	3,69/5,62	0,87/1,85	0,13/1,42	0,12/0,76
4	0/35,86	0/41,56	0/44,77	0/46,8	0/2,29	0/8,05	0,61/13,34	0,98/18,43
5	0/30,24	0/38,33	0/47,41	0/58,47	0/7,79	0/17,05	0/29,63	0/46,2
6	0/35,86	0/41,56	0/44,77	0/46,8	0/2,29	0/8,05	0,61/13,34	0,98/18,43

Fonte: Adaptado de Rocha e Schulz (2017)

Rocha e Schulz (2017), após o cálculo das armaduras, apresentam as taxas e peso total de aço para as pontes em laje, conforme mostra a Tabela 6.

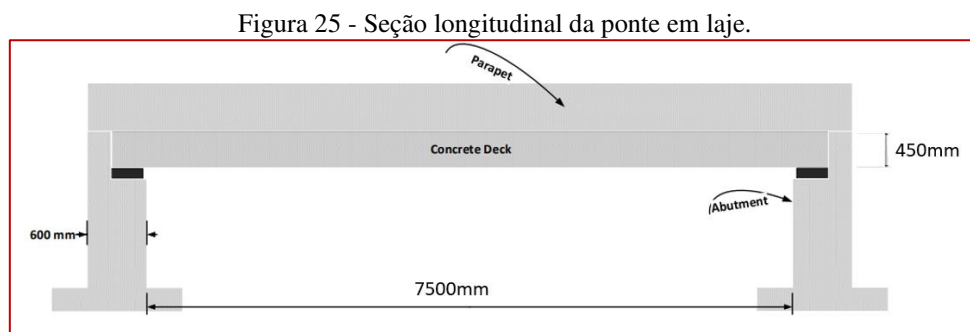
Tabela 6 - Peso total e taxas de aço para as pontes em laje.

$\gamma$	Peso total de aço (kg)	Taxas	
		kg/m <sup>2</sup>	kg/m <sup>3</sup>
0°	7800	59	98
15°	10077	76	126
30°	15153	114	190
45°	23437	176	293

Fonte: Rocha e Schulz (2017)

### 6.1.6 Ponte Ajeel (2018)

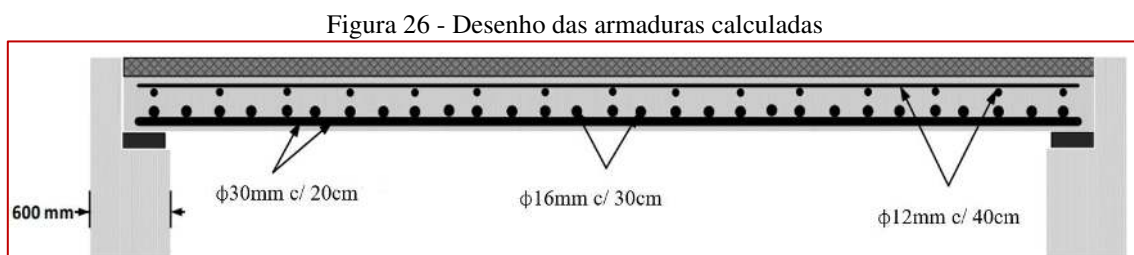
Ajeel (2018) apresenta uma ponte em laje maciça com vão livre de 7,50m, largura de 7,30m, apoiada nas extremidades por aparelhos de Neoprene, formando uma estrutura isostática. Para esse vão livre, Ajeel (2018) adota uma espessura de 0,45m. De acordo com Brasil (2016), para um vão livre de 7,50m teríamos uma espessura de  $7,50/15 = 0,50\text{m}$ , mostrando que o pré-dimensionamento adotado pelo autor se encontra na mesma ordem de grandeza do recomendado. Na figura 25, encontra-se a seção longitudinal da ponte.



Fonte: Adaptado de Ajeel (2018)

Calculando as armaduras por meio da divisão da laje em faixas, Ajeel (2018) chegou aos seguintes valores de armadura, conforme figura 23:

- Paralelo ao tráfego (armadura principal):  $\phi 30\text{mm c/ } 20\text{cm}$ ;
- Perpendicular ao tráfego (armadura de distribuição):  $\phi 16\text{mm c/ } 30\text{cm}$ ;
- Em ambos os sentidos (armadura negativa):  $\phi 12\text{mm c/ } 40\text{cm}$



Fonte: Adaptado de Ajeel (2018)

Nota-se que há diâmetros de armaduras ligeiramente diferentes dos das normas brasileiras porque a referência é estrangeira.

### 6.1.7 Taxas de aço

Utilizando os valores de área de aço por centímetro quadrado das pontes analisadas, pode-se calcular a taxa de aço utilizada nas lajes ( $\text{kgf/m}^3$ ). Será mostrada a metodologia feita pelo autor para o cálculo da taxa de aço para a ponte Chianca (2016).

De acordo com os resultados de Chianca (2016), temos o dimensionamento das armaduras citado na Tabela 1. Repetindo aqui:

- Armadura no meio da placa, direção X:  $\phi$  25 c/ 15 cm;
- Armadura no meio do bordo livre, direção X:  $\phi$  25 c/ 12,5 cm;
- Armadura no meio da placa, direção Y:  $\phi$  10 c/ 15 cm;

No caso da ponte Chianca (2016), a direção X é paralela ao eixo da ponte (11,00m), fazendo com que as armaduras nessa direção sejam distribuídas na direção perpendicular (9,80m). Da mesma forma, a direção Y é paralela à largura da ponte (9,80m), fazendo com que a armadura seja distribuída em 11m. Com esses valores, encontra-se a quantidade de barras para cada bitola. Adota-se aqui a maior armadura da direção X, portanto  $\phi$  25 c/ 12,5 cm, para o cálculo das taxas de aço.

Para a direção X, temos:

$$\frac{980\text{cm}}{12,5} = 79 \phi 25 \text{ c}/12,5\text{cm}$$

Para a direção Y, temos:

$$\frac{1100\text{cm}}{15} = 74 \phi 10 \text{ c}/15\text{cm}$$

De acordo com NBR 7480:2007, temos a seguinte massa nominal do aço, em kg/m.

Figura 27 – Características das barras.

Bitola		TIPO	Área de Aço	Peso Linear
mm	pol.	-	$\text{cm}^2$	kg/m
4.2		CA-60	0,14	0,109
5.0	3/16"	CA-60	0,196	0,154
6.3	1/4"	CA-50	0,31	0,245
8.0	5/16"	CA-50	0,5	0,395
10.0	3/8"	CA-50	0,785	0,617
12.5	1/2"	CA-50	1,22	0,963
16.0	5/8"	CA-50	2,01	1,578
20.0	3/4"	CA-50	3,14	2,466
25.0	1"	CA-50	4,91	3,853
32.0	1 1/4"	CA-50	8,04	6,313

Fonte: ABNT NBR 7480 (2007)

O comprimento das barras na direção Y, após subtrair o cobrimento (3,5cm) de ambos os lados e adicionar uma dobra de 53cm (espessura da laje de 60cm – 2\*cob), será:

$$980cm - (2 * 3,5)cm + (53cm * 2) = 1079cm = 10,79m$$

Semelhantemente, o comprimento das barras na direção X será:

$$1100cm - (2 * 3,5)cm + (53cm * 2) = 1199cm = 11,99m$$

Para a direção X, meio do bordo livre, temos:

$$Qtd\ barras * comp * peso\ linear = 79 * 11,99 * 3,853 = 3649,60kgf$$

Para a direção Y, meio da placa, temos:

$$Qtd\ barras * comp * peso\ linear = 74 * 10,79 * 0,617 = 492,65kgf$$

Somando os valores dos pesos, temos um peso total de 4142,25 kgf.

Como as dimensões da laje são 11,00m de vão, 9,80m de largura e 0,60m de espessura, temos um volume total de concreto de:

$$11 * 9,80 * 0,60 = 64,68\ m^3$$

Calculando a taxa de aço, dividindo o peso do aço, pelo volume de concreto, temos:

$$\frac{4142,25kgf}{64,68m^3} = 64,04\ kgf/m^3$$

Para as demais pontes, os cálculos foram feitos de maneira semelhante e estão resumidamente mostrados nas tabelas 7, 8, 9 e 10. A tabela 11 apresenta um resumo dos pesos, volumes e taxas de aço de cada ponte. Nas situações em que o comprimento das barras ultrapassou o limite comercial de 12m, foi adotado uma emenda conforme a figura 28, para  $f_{ck}=30MPa$  e aço CA-50. Para o cálculo da ponte Daher (2010), adotou-se a maior área de aço para os métodos de Leonhardt e W&A (90°) e malha não ortogonal, sendo a  $A_{sy}$  adotada acompanhando a escuridade da ponte

Tabela 7 – Distribuição das armaduras da ponte Freire (2013)

DADOS	COMP. DISTRIBUIÇÃO (cm)	BARRA	ESP. (cm)	QTD BARRAS	DOBRAS (2 LADOS) (cm)	COMP. BARRA (cm)	PESO LINEAR (kg/m)	PESO (kg)
ARMATURAS DIREÇÃO PARALELA	1270,00	Ø 20 c/ 10 cm	10,00	127,00	56	649	2,466	2032,55
ARMATURAS DIREÇÃO PERPENDICULAR	600,00	Ø 16 c/ 30 cm	15,00	40,00	56	1374 (Com emenda)	1,578	867,27
							<b>TOTAL</b>	<b>2899,82</b>

Fonte: Próprio autor (2023)

Tabela 8 – Distribuição das armaduras da ponte Daher (2010).

DADOS	ÁREA DE AÇO (cm²)	COMP. DE DISTRIBUIÇÃO (cm)	BARRA	ESP. (cm)	QTD BARRAS	DOBRAS (2 LADOS) (cm)	COMP. BARRA (cm)	PESO LINEAR (kg/m)	PESO (kg)
ARMS. EM X, DISTRIBUÍDAS EM Y	35,90	2300,00	Ø 25 c/ 10 cm	10,00	230,00	96	1054	3,853	9340,44
ARMS. EM Y, DISTRIBUÍDAS EM X	26,94	965,00	Ø 16 c/ 7 cm	7,00	138,00	96	2444 (Com emenda)	1,578	5322,15
ARMS. NEGATIVAS EM X, DISTRIBUÍDAS EM Y	33,34	2300,00	Ø 25 c/ 10 cm	10,00	230,00	96	1054	3,853	9340,44
ARMS. NEGATIVAS EM Y, DISTRIBUÍDAS EM X	10,70	965,00	Ø 10 c/ 7 cm	7,00	138,00	96	2423 (Com Emenda)	0,617	2063,09
								<b>TOTAL</b>	<b>26066,12</b>

Fonte: Próprio autor (2023)

Tabela 9 – Distribuição das armaduras da ponte Gordilho Neto (2012).

DADOS	COMP. DE DISTRIBUIÇÃO (cm)	BARRA	ESP. (cm)	QTD BARRAS	DOBRA (2 LADOS) (cm)	COMP. BARRA (cm)	PESO LINEAR (kg/m)	PESO TOTAL (kgf)
ARMS. EM X, DISTRIBUÍDAS EM Y	1300,00	Ø 20 c/ 7 cm	7,00	186,00	126	1387 (Com emenda)	2,466	6361,84
ARMS. EM Y, DISTRIBUÍDAS EM X	1200,00	Ø 12,5 c/ 10 cm	10,00	120,00	126	1461 (Com emenda)	0,963	1688,33
ARMS. NEG. EM X, DISTRIBUÍDAS EM Y	1300,00	Ø 12,5 c/ 10 cm	10,00	130,00	126	1361 (Com emenda)	0,963	1703,84
ARMS. NEG. EM Y, DISTRIBUÍDAS EM X	1200,00	Ø 12,5 c/ 10 cm	10,00	120,00	126	1461 (Com emenda)	0,963	1688,33
							<b>TOTAL</b>	<b>11442,34</b>

Fonte: Próprio autor (2023)

Tabela 10 – Distribuição das armaduras da ponte Ajeel (2018).

DADOS	COMP. DISTRIBUIÇÃO (cm)	BARRA	ESP. (cm)	QTD BARRAS	DOBRA (2 LADOS) (cm)	COMP. BARRA (cm)	PESO LINEAR (kg/m)	PESO (kgf)
ARMS. EM X, DISTRIBUÍDAS EM Y	730,00	Ø 30 c/ 20 cm	20,00	37,00	76	819	5,55	1681,82
ARMS. EM Y, DISTRIBUÍDAS EM X	750,00	Ø 16 c/ 30 cm	30,00	25,00	76	716	1,578	282,46
ARMS. NEGATIVAS EM X, DISTRIBUÍDAS EM Y	730,00	Ø 12 c/ 40 cm	40,00	19,00	76	819	0,89	138,49
ARMS. NEGATIVAS EM Y, DISTRIBUÍDAS EM X	750,00	Ø 12 c/ 40 cm	40,00	19,00	76	799	0,89	135,11
							<b>TOTAL</b>	<b>2237,88</b>

Fonte: Próprio autor (2023)

Um resumo das taxas de aço das pontes em laje está apresentado na tabela 11, separados por pontes ortogonais e esconsas. Conforme pode-se notar, as taxas de aço das pontes ortogonais estão na ordem de grandeza de 100 kg/m<sup>3</sup>, valor citado por Botelho (2004). As pontes esconsas, Daher (2010) e Rocha e Schulz (2017) de 30° e 45° de esconsidade, mostram que, quanto maior a esconsidade, neste caso, maior a taxa de armadura.

Tabela 11 – Resumo das taxas de aço das pontes em laje estudadas.

TAXAS DE AÇO			
PONTES ORTOGONAIS	PESO (kg)	VOL (m <sup>3</sup> )	TAXA (kg/m <sup>3</sup> )
CHIANCA (2016)	4142,25	64,68	64,04
FREIRE (2013)	2899,82	26,67	108,73
GORDILHO NETO (2012)	11442,34	109,2	104,78
(0°) ROCHA E SCHULZ (2017)	7800,00	79,87	97,66
PONTE AJEEL (2018)	2237,88	24,64	90,82
<b>MÉDIA</b>			<b>93,21</b>
PONTES ESCONSAS	PESO (kg)	VOL (m <sup>3</sup> )	TAXA (kg/m <sup>3</sup> )
DAHER (2010)	26066,12	122,07	213,53
(15°) ROCHA E SCHULZ (2017)	10077,00	79,87	126,17
(30°) ROCHA E SCHULZ (2017)	15135,00	79,87	189,50
(45°) ROCHA E SCHULZ (2017)	23437,00	79,87	293,44
<b>MÉDIA</b>			<b>205,66</b>

Fonte: Próprio autor (2023)

Figura 28 – Comprimento de ancoragem (emenda) das armaduras.

CONCRETO (Fck)	AÇO CA-25	AÇO CA-50	AÇO CA-60
<b>20 MPa</b>	L = 51*Ø	L = 44*Ø	L = 53*Ø
<b>25 MPa</b>	L = 45*Ø	L = 38*Ø	L = 46*Ø
<b>30 MPa</b>	L = 41*Ø	L = 34*Ø	L = 40*Ø

Fonte: Adaptado de Botelho (2004)



## 7 CONCLUSÃO

De acordo com a coleta de dados proveniente dos trabalhos de Chianca (2016), Freire (2013), Daher (2010), Gordilho Neto (2012), Rocha e Schulz (2017) e Ajeel (2018), as recomendações de espessuras de lajes do Manual de Projeto de Obras de Artes Especiais do DNIT de 1996 ficaram na mesma ordem de grandeza.

Além disso, a média das taxas de aço das pontes em laje ortogonal estudadas foi de 93,21 kgf/m<sup>3</sup>, tornando esse valor muito próximo ao citado por Botelho (2004), de 100 kgf/m<sup>3</sup>. As armaduras das lajes esconsas resultaram em taxas maiores do que as das lajes ortogonais, com uma média de 205,66 kgf/m<sup>3</sup>.



## REFERÊNCIAS

AJEEL, Awadh E. Design of Slab Bridges. Lecture Notes on Design of Bridges. Faculty of Engineering. Highway & Transportation Eng. Dept – University of Mustansiriyah. Bagdade. Iraque. 2018.

ANDRADE, Luisa Guida. Avaliação de modelos de carga móvel para projetos de pontes rodoviárias de pequenos vãos. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Macaé. 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7187: Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto. Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7480: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado – Especificação. Rio de Janeiro, 2007.

BRASIL. Departamento Nacional de Estradas de Rodagem. Diretoria de Desenvolvimento Tecnológico. Divisão de Capacitação Tecnológica. Manual de projeto de obras-de-arte especiais - Rio de Janeiro, 1996.

BOTELHO, M. H. C. Concreto Armado, eu te amo. Vol II. São Paulo. Edgard Blücher, 2004.

CHIANCA, Lara. Análise e dimensionamento de ponte em laje. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa. 2016.

DAHER, Michel Touma. Ponte em laje esconsa: Análise e dimensionamento à flexão. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2010.

DEPARTAMENTO AUTÔNOMO DE ESTRADAS DE RODAGEM (DAER). Normas de Projetos Rodoviários. Porto Alegre, 1991.

EL DEBS, Mounir Khalil; TAKEYA, Toshiaki. Introdução às pontes de concreto. Notas de aula da disciplina SET – 412 (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo. São Carlos. 2007.

FREIRE, Ricardo Gomes Duarte. Análise estrutural de tabuleiros de ponte em laje usando o método de analogia de grelha. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2013.

GORDILHO NETO, José Carlos. Lajes de pontes – comparações entre Tabelas de Rüsç e Analogia de Grelha de ponte em laje reta. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2013.

MARCHETTI, Osvaldemar. Pontes de Concreto Armado. São Paulo: Editora Blucher, 2008.



PARSEKIAN, Guilherme Aris. Cálculo e armação de lajes de concreto armado com a consideração do momento volvente. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas. Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 1996.

PINHEIRO, Libânio M. Fundamentos do concreto e projeto de edifícios. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos. 2004.

PINHO, Mauro Ottoboni; BELLEI, Ildoni Hélio. Manual de construção em aço – Pontes e Viadutos em Vigas Mistas. Centro de Informação do IBS/CBCA. Rio de Janeiro. 2007.

ROCHA, B. F.; SCHULZ, M. Lajes esconsas em pontes de concreto armado. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais. 2017. Vol. 10.

TQS INFORMÁTICA. TQS Estudante. V24. São Paulo, 2023.

VITÓRIO, José Afonso Pereira. Pontes rodoviárias: fundamentos, conservação e gestão. Recife, CREA-PE, 2002.