

**MODELAGEM MATEMÁTICA DO RESFRIAMENTO DE CORPOS: UMA
ABORDAGEM COM EQUAÇÕES DIFERENCIAIS**

**MATHEMATICAL MODELING OF BODY COOLING: AN APPROACH USING
DIFFERENTIAL EQUATIONS**

**MODELADO MATEMÁTICO DEL ENFRIAMIENTO CORPORAL: UN
ENFOQUE MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES**



10.56238/sevened2026.001-052

Samuel Moraes Pessoa

Graduando em Matemática

Instituição: Instituto Federal do Amapá

E-mail: samuelmoraes2040@gmail.com

Francielck Domingos Freire

Orientador, Mestre em Matemática

Docente do Instituto Federal do Amapá

E-mail: francielck.freire@ifap.edu.br

Élys da Silva Mendes

Coorientador, Doutor em Ensino de Ciências Exatas

Docente do Instituto Federal do Amapá

E-mail: elys.mendes@ifap.edu.br

RESUMO

A lei de resfriamento de Newton é dada como um modelo matemático no ensino de equações diferenciais no ensino superior. Ela diz que podemos calcular a variação da temperatura em relação ao tempo de um determinado corpo. O presente trabalho associa a modelagem matemática com equações diferenciais, através de um experimento utilizando a lei de Newton. Serão abordados tópicos como: a história da lei de resfriamento de Newton, equações diferenciais ordinárias, a lei de resfriamento de Newton, modelagem matemática em fenômenos físicos, demonstração da lei, metodologia para aplicação, dentre outros. O trabalho tem como intuito mostrar a importância da modelagem matemática no ensino de equações diferenciais, em especial a lei de Newton apresentada no trabalho. Também será apresentado alguns métodos de resolução para equações diferenciais ordinárias, a fim de mostrar a importância da matemática em dedução de fenômenos físicos presentes no dia a dia de uma pessoa comum.

Palavras-chave: Resfriamento. Equações. Diferenciais. Temperatura.

ABSTRACT

Newton's law of cooling is given as a mathematical model in the teaching of differential equations in higher education. It states that we can calculate the variation of temperature over time of a given body.

This work associates mathematical modeling with differential equations through an experiment using Newton's law. Topics such as the history of Newton's law of cooling, ordinary differential equations, Newton's law of cooling, mathematical modeling in physical phenomena, demonstration of the law, methodology for application, among others, will be addressed. The work aims to show the importance of mathematical modeling in the teaching of differential equations, especially Newton's law presented in this work. Some methods for solving ordinary differential equations will also be presented, in order to show the importance of mathematics in the deduction of physical phenomena present in the daily life of an ordinary person.

Keywords: Cooling. Equations. Differentials. Temperature.

RESUMEN

La ley de enfriamiento de Newton se utiliza como modelo matemático en la enseñanza de ecuaciones diferenciales en la educación superior. Establece que podemos calcular la variación de la temperatura de un cuerpo dado a lo largo del tiempo. Este trabajo vincula la modelización matemática con las ecuaciones diferenciales mediante un experimento que utiliza la ley de Newton. Se abordarán temas como la historia de la ley de enfriamiento de Newton, las ecuaciones diferenciales ordinarias, la modelización matemática de fenómenos físicos, la demostración de la ley y su metodología de aplicación, entre otros. El trabajo busca mostrar la importancia de la modelización matemática en la enseñanza de ecuaciones diferenciales, especialmente la ley de Newton que se presenta en este trabajo. También se presentarán algunos métodos para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias, con el fin de mostrar la importancia de las matemáticas en la deducción de fenómenos físicos presentes en la vida cotidiana de una persona común.

Palabras clave: Enfriamiento. Ecuaciones. Diferenciales. Temperatura.

1 INTRODUÇÃO

A modelagem matemática apresenta-se como uma ferramenta essencial para o ensino da Matemática, especialmente quando associada a fenômenos observáveis no cotidiano. Sua utilização permite que estudantes visualizem, interpretem e compreendam conceitos abstratos a partir de situações concretas. Entre os tópicos tradicionalmente reconhecidos como desafiadores no ensino superior, destacam-se as Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs), frequentemente percebidas pelos estudantes como excessivamente técnicas e distantes de suas aplicações.

Nesse contexto, a Lei de Resfriamento de Newton apresenta-se como um exemplo relevante de aplicação das EDOs a fenômenos físicos cotidianos, permitindo ao estudante estabelecer conexões entre teoria matemática, experimentação e interpretação de resultados. Sua simplicidade estrutural e aplicabilidade em diferentes situações a tornam um modelo adequado para fins didáticos.

Assim, este trabalho investiga o uso da modelagem matemática, articulada à Lei de Resfriamento de Newton, como estratégia para promover uma aprendizagem mais significativa de EDOs. Para isso, são apresentados dois experimentos: o primeiro realizado com estudantes da Licenciatura em Física, utilizando uma xícara de café como exemplo, com foco no processo didático, e o segundo conduzido pelo pesquisador, visando obter dados mais precisos para análise.

A partir desses procedimentos, objetiva-se evidenciar a contribuição da modelagem matemática para a compreensão conceitual das Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) e para a aproximação do discente com fenômenos físicos reais, especificamente mediante a análise e aplicação da Lei de Resfriamento de Newton. Para tanto, busca-se demonstrar a referida equação por métodos analíticos de EDOs, utilizando-os como ferramentas para interpretar o comportamento térmico observado experimentalmente e consolidar a articulação entre a fundamentação teórica e a prática empírica.

1.1 JUSTIFICATIVA

O estudo das equações diferenciais ordinárias compõe um dos eixos fundamentais na formação em cursos das ciências exatas, mas é frequentemente apontado pelos estudantes como um conteúdo abstrato e de difícil compreensão. Tal dificuldade impacta diretamente o desempenho acadêmico e a motivação dos alunos, refletindo-se em índices elevados de evasão e reprovação.

De acordo com Dullius, Veit e Araujo (2013):

Engenheiros e outros profissionais da área das ciências exatas sistematicamente necessitam equacionar e solucionar uma ampla gama de problemas que podem ser representados por Equações Diferenciais (ED¹). [...] Entretanto, os alunos, de maneira geral, não manifestam interesse, temem ou até mesmo abominam tais equações sem se darem conta de sua utilidade. Essa falta de motivação para o estudo do tema termina se refletindo na elevação dos índices de evasão e reprovação nas disciplinas que tratam de conteúdos associados ao cálculo diferencial [...]. (DULLIUS, VEIT e ARAUJO, 2013, p.207).

Os mesmos autores ainda reforçam que: “Os alunos percebem as ED como técnicas de cálculos, e estas, na maioria das vezes, são consideradas muito difíceis por eles. Há alunos que percebem que as ED são importantes em várias áreas.” Dullius, Veit e Araujo (2013, p.222). Nesse cenário, a modelagem matemática surge como alternativa pedagógica capaz de aproximar o estudante de aplicações concretas favorecendo a compreensão dos conceitos envolvidos, tornando o aprendizado mais intuitivo e conectado à realidade.

Segundo Bassanezi (2015):

A Modelagem Matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais. No processo de reflexão sobre a porção da realidade, selecionamos os argumentos considerados essenciais e procuramos um modelo matemático que contemple as relações que envolvem tais argumentos. (Bassanezi, 2015, p. 15-16).

Nesse aspecto, a inserção da modelagem matemática no ensino das equações diferenciais ordinárias aliada ao contexto de fenômenos físicos, presentes no cotidiano do aluno, apresenta uma alternativa viável à abordagem desse conteúdo. A proposta que é apresentada busca justamente essa articulação entre as áreas, oferecendo ao licenciando uma forma de compreender e aplicar conhecimentos matemáticos a partir de situações reais e experimentais.

Nesse contexto, a lei de resfriamento de Newton se mostra especialmente adequada para uso didático, por tratar-se de uma situação de fácil observação e de alto potencial didático. Segundo Biembengut e Hein (2009, p.12) destacam que “além de conhecimento matemático, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, discernir que conteúdo melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas”.

Justifica-se, portanto, a realização deste trabalho pela necessidade de propor abordagens didáticas que tornem o ensino de EDOs mais significativo e contextualizado. Além disso, a pesquisa contribui para a formação docente ao demonstrar como a modelagem e a experimentação podem ser incorporadas às práticas pedagógicas, atendendo às demandas educacionais atuais por metodologias ativas e interdisciplinares.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A seguir, serão apresentados os conceitos teóricos fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa, iniciando com um breve histórico sobre a lei de resfriamento de Newton e prosseguindo com a caracterização das equações diferenciais ordinárias. Além disso, discute-se a relevância da modelagem matemática como ferramenta para a integração entre a teoria e a prática no ensino de equações diferenciais.

2.1 A HISTÓRIA DA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON

A lei de resfriamento de Newton foi originalmente formulada em 1701, quando Isaac Newton publicou anonimamente o artigo *Scala Graduum Caloris*. Neste trabalho, Newton descreveu um método para medir temperaturas elevadas, impossíveis de serem mensuradas diretamente naquela época, Silva (2010, apud PEREIRA, 2019).

Apesar de sua simplicidade, essa lei tornou-se fundamental em diversas áreas aplicadas, abrangendo desde a engenharia térmica e a medicina forense até processos industriais. No âmbito educacional, sua relevância reside na possibilidade de integrar fenômenos físicos reais à estrutura matemática das equações diferenciais de primeira ordem.

Para que a lei seja aplicada de forma adequada, algumas condições precisam ser satisfeitas. Conforme Pereira (2019), essas condições são: (i) a temperatura do corpo deve depender apenas do tempo e ser uniforme em todo o material; (ii) a temperatura do meio ambiente deve permanecer constante durante a observação; e (iii) a taxa de variação da temperatura do corpo deve obedecer à equação da lei.

A expressão que representa a lei de resfriamento de Newton é dada por uma equação diferencial de primeira ordem:

$$\frac{dT}{dt} = -k (T - T_{\alpha})$$

Em que T representa a temperatura do corpo, T_{α} temperatura constante do meio ambiente, e K é uma constante positiva que depende das propriedades térmicas do material e do ambiente.

A partir desses procedimentos, objetiva-se evidenciar a contribuição da modelagem matemática para a compreensão conceitual das Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) e para a aproximação do discente com fenômenos físicos reais, especificamente mediante a análise e aplicação da lei de resfriamento de Newton. Para tanto, busca-se demonstrar a referida equação por métodos analíticos de EDOs, utilizando-os como ferramentas para interpretar o comportamento térmico observado experimentalmente consolidar a articulação entre fundamentação teórica e a prática empírica.

2.2 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS (EDOS)

Uma equação diferencial é aquela que envolve derivadas de uma ou mais variáveis dependentes em relação a uma ou mais variáveis independentes. Zill e Cullen (2001, p. 2) definem: “uma equação que contém as derivadas ou diferenciais de uma ou mais variáveis dependentes, em relação a uma ou mais variáveis independentes, é chamada de equação diferencial”.

As EDOs, em particular, envolvem apenas derivadas ordinárias e uma única variável independente. A classificação dessas equações ocorre quanto à sua ordem (definida pela maior derivada presente) e quanto à linearidade.

Santos (2011) explica que:

Quanto à ordem uma equação diferencial pode ser de 1ª, de 2ª,..., de n-ésima ordem dependendo da derivada de maior ordem presente na equação. Uma equação diferencial ordinária de ordem n é uma equação que pode ser escrita na forma $F(t, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$. (SANTOS, 2011, p.7).

Além da ordem, a linearidade também é um critério importante. Segundo o mesmo autor:

A linearidade uma equação diferencial pode ser linear ou não linear. Ela é linear se as incógnitas e suas derivadas aparecem de forma linear na equação, isto é, as incógnitas e suas derivadas aparecem em uma soma em que cada parcela é um produto de alguma derivada das incógnitas com uma função que não depende das incógnitas. Por exemplo uma equação diferencial ordinária linear de ordem n é uma equação que pode ser escrita como $a_1(t) \frac{dy}{dt} + a_2(t) \frac{d^2y}{dt^2} + \dots + a_n(t) \frac{d^ny}{dt^n} = f(t)$. (SANTOS, 2011, p.8).

O mesmo autor reforça ainda que “uma equação é linear se as incógnitas e suas derivadas aparecem de forma linear na equação”. Isso significa que não há potências, produtos ou funções não lineares envolvendo as variáveis dependentes ou suas derivadas.

2.2.1 Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de 1ª ordem

Como visto no tópico 2.2, uma equação diferencial ordinária (EDO) de ordem n pode ser definida como sendo $F(t, y, y', y'', \dots, y^n)$. Contudo, como uma EDO linear de 1ª ordem se define? De maneira resumida, uma EDO linear de primeira ordem é a que possui, dentro da equação diferencial, a derivada de primeira ordem como sendo a de maior ordem. Como define Zill e Cullen (2001, p. 68) “[...] linearidade significa que todos os coeficientes são funções de x somente e que y e todas as suas derivadas são elevadas à primeira potência. Agora, quando $n = 1$ obtemos uma equação linear de primeira ordem.” Amplificando essa definição para EDOs lineares de primeira ordem, ela precisa conter derivadas ordinárias, de primeira ordem e apenas uma variável independente. A forma de uma EDO linear de 1ª ordem é dada por:

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = s(x).$$

Em que r e $s \in \mathbb{R}$ e, $r: (a, b)$ e $s: (a, b) \in \mathbb{R}$. Veremos agora a forma geral de uma EDO linear de 1ª ordem homogênea, que é escrita na forma:

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = 0 \quad (*).$$

Contudo, antes de fazermos a solução (*), iremos partir da forma matricial da EDO linear de 1ª ordem homogênea para a forma geral apresentada em (*). Dessa forma, temos como forma matricial.

$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ \vdots \\ y_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & \dots & a_{1n}(x) \\ & & & \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & \dots & a_{2n}(x) \\ & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(x) & a_{n2}(x) & \dots & a_{nn}(x) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

(I) Quando consideramos $n = 1$, obtemos a forma resumida da matriz, em que:

$$A(x) = a_{11}(x)$$

$$y = y_1$$

$$y' = y_1'.$$

(II) Como a forma resumida da matriz é dada por: $y' = A(x)y$, então substituímos os termos:

$$y_1' = a_{11}(x)y_1.$$

(III) Subtraindo os dois lados por $a_{11}(x)y_1$:

$$y_1' - a_{11}(x)y_1 = a_{11}(x)y_1 - a_{11}(x)y_1$$

$$y_1' - a_{11}(x)y_1 = 0 \quad (**).$$

(IV) Agora vamos chegar na forma geral de (*) substituindo os respectivos termos em (**).

Dessa forma temos:

$$y_1' = \frac{dy}{dx}$$

$$-a_{11}(x) = r(x)$$

$$y_1 = y$$

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = 0.$$

Após encontrarmos (*) através da forma matricial da EDO linear de 1ª ordem homogênea, vamos para a solução da mesma:

(I) A solução de (*) é utilizando a separação de variáveis, então:

$$\frac{dy}{y} = -r(x)dx$$

(II) Integrando:

$$\int \frac{dy}{y} = \int -r(x)dx$$

$$\ln |y| = - \int r(x)dx$$

(III) Aplicando e dos dois lados para eliminar o logaritmo natural, dispomos de:

$$e^{\ln|y|} = e^{-\int r(x)dx}$$

$$y = e^{-\int r(x)dx}.$$

Obtemos a resolução EDO linear de 1ª ordem homogênea. Quando a EDO linear de 1ª ordem não é homogênea, ela é escrita na forma:

$$\frac{dy}{dx} + r(x)y = s(x) \quad (1).$$

Antes de resolvermos esta EDO, vamos partir da sua forma matricial para a forma apresentada em (1). Portanto:

$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ \vdots \\ y_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & \dots & a_{1n}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & \dots & a_{2n}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(x) & a_{n2}(x) & \dots & a_{nn}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(x) \\ b_2(x) \\ \vdots \\ b_n(x) \end{bmatrix}$$

(I) Novamente vamos considerar $n = 1$. Desse modo, obtemos a forma resumida da matriz, em que:

$$A(x) = a_{11}(x)$$

$$y = y_1$$

$$y' = y_1'$$

$$b(x) = b_1(x).$$

(II) Como a forma resumida da matriz é dada por: $y' = A(x)y + b(x)$, então substituímos os termos:

$$y_1' = a_{11}(x)y_1 + b_1(x).$$

(III) Subtraindo os dois lados por $a_{11}(x)y_1$:

$$y_1' - a_{11}(x)y_1 = b_1(x) \quad (2).$$

(IV) Partindo para a forma geral de (1) substituindo os respectivos termos em (2):

$$\begin{aligned}y_1' &= \frac{dy}{dx} \\-a_{11}(x) &= r(x) \\y_1 &= y \\b_1(x) &= s(x) \\\frac{dy}{dx} + r(x)y &= s(x).\end{aligned}$$

Agora que encontramos (1) através da forma matricial da EDO linear de 1ª ordem não homogênea, vamos para a solução da mesma:

Para solucionar ela, usamos o fator integrante, desse modo obtemos:

(I) Fator integrante:

$$\mu(x) = e^{\int r(x)dx}.$$

(II) Multiplicando a equação por $\mu(x)$, obtemos:

$$\mu(x) \frac{dy}{dx} + \mu(x)r(x)y = s(x)\mu(x).$$

(III) Fazendo o produto de $\mu(x)y'$:

$$\frac{d}{dx}(\mu(x)y) = \frac{d\mu(x)}{dx}y + \mu(x)\frac{dy}{dx}.$$

(IV) Como:

$$\begin{aligned}\mu(x) &= e^{\int r(x)dx} \\\frac{d\mu(x)}{dx} &= r(x)\mu(x),\end{aligned}$$

(V) segue que:

$$\frac{d}{dx}(\mu(x)y) = \mu(x)r(x)y + \mu(x)\frac{dy}{dx}.$$

(VI) Como resultado:

$$\frac{d}{dx}(\mu(x)y) = s(x)\mu(x).$$

(VII) Integrando os dois lados:

$$\int \frac{d}{dx}(\mu(x)y) = \int s(x)\mu(x)dx$$

$$\mu(x)y = \int s(x)\mu(x)dx$$

$$y = \frac{1}{\mu(x)} \int s(x)\mu(x)dx.$$

Desse modo encontramos a solução para EDO linear de 1ª ordem não homogênea.

2.2.2 A Lei de Resfriamento de Newton

A lei de resfriamento de Newton nos mostra a variação da temperatura em relação ao tempo. Em outras palavras, a taxa de variação da temperatura de um corpo $\frac{dT}{dt}$ é igual a diferença entre a temperatura presente no corpo T e a temperatura do meio ambiente T_α que permanece constante.

De acordo com Zill, (2016):

De acordo com a lei empírica de Newton do esfriamento/aquecimento, a taxa segundo a qual a temperatura de um corpo varia é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura do meio que o rodeia, denominada temperatura ambiente. Se $T(t)$ representar a temperatura de um corpo no instante t , T_m a temperatura do meio que o rodeia e $\frac{dT}{dt}$ a taxa segundo a qual a temperatura do corpo varia, a lei de Newton do esfriamento/aquecimento é convertida na sentença matemática. (ZILL, 2016, p.23).

A partir dessa ideia, obtemos a equação diferencial:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_\alpha).$$

Definimos a constante $k > 0$. O sinal - (negativo) se dá ao fato de que o corpo está em processo de resfriamento.

Para resolver essa equação, será adotado o método de separação de variáveis.

(I) Separando as variáveis:

$$\frac{dT}{(T - T\alpha)} = -kdt.$$

(II) Aplicando integral dos dois lados:

$$\int \frac{dT}{(T - T\alpha)} = \int -kdt.$$

(III) Como k é constante:

$$\int \frac{dT}{(T - T\alpha)} = -k \int dt.$$

$$\ln |(T - T\alpha)| + c_1 = -kt + c_2$$

$$\ln |(T - T\alpha)| = -kt + c.$$

(IV) Aplicando e dos dois lados para eliminar o logaritmo natural:

$$e^{\ln |(T - T\alpha)|} = e^{-kt + c}$$

$$(T - T\alpha) = e^{-kt}c$$

$$T(t) = T\alpha + e^{-kt}c.$$

(V) Para encontrar c , vamos usar a condição inicial $T(0) = T_0$:

$$T(0) = T\alpha + e^{-k0}c$$

$$T(0) = T\alpha + c$$

$$c = T_0 - T\alpha.$$

(VI) Desse modo, obtemos a expressão:

$$T(t) = T\alpha + (T_0 - T\alpha)e^{-kt}$$

que é a solução da equação diferencial.

Onde: $T(t)$ é a temperatura do corpo no instante t e T_0 é a temperatura inicial quando $t = 0$.

A expressão apresentada nos ajuda a determinar certos fenômenos da natureza e de problemas da sociedade, como: a hora da morte de uma pessoa, criar sistemas de refrigeração, de temperatura de um lago ou rio, entre outros.

Exemplo 1: Suponha que uma xícara de café está a 80°C em uma cozinha de 25°C . Se $k = 0,2$, a temperatura após 5 minutos será, considerando $t = 5$, $T_\alpha = 25$, $T_0 = 80$, $k = 0,2$, $e = 2,71$:

$$T(t) = T_\alpha + (T_0 - T_\alpha)e^{-kt}$$

$$T(5) = 25 + (80 - 25)2,71^{-0,2 \cdot 5}.$$

Resolvendo a expressão, obtemos o valor aproximado:

$$T(5) \approx 45,29^\circ \text{C}.$$

2.2.3 Interpretação do Parâmetro k

Como visto anteriormente, a constante $k > 0$ e o sinal de menos da equação se dá ao fato de que o corpo está perdendo calor. Como define Sá (2019, p. 41) “O sinal negativo de k nos indica que há um resfriamento do corpo”. Contudo, para que serve essa constante? De maneira sucinta, o k representa a medida do quão rápido ocorre a perda de calor do corpo e do ambiente. Ou seja, se k adotar valores maiores, mais rápido será o resfriamento e consequentemente, se o k adotar valores menores, mais devagar será o resfriamento.

De acordo com Silva (2010):

[...] k é uma constante de proporcionalidade que depende do material do corpo, da massa e da superfície exposta ao ambiente, sendo que o sinal negativo indica que a temperatura do corpo está diminuindo com o passar do tempo, em relação à temperatura do meio ambiente. (SILVA, 2010, p.49).

Vamos determinar a expressão que se obtém a constante k . Para isso, partiremos da forma geral da lei de resfriamento de Newton:

$$T(t) = T_\alpha + (T_0 - T_\alpha)e^{-kt}.$$

(I) Vamos isolar o k :

$$\frac{T(t) - T_\alpha}{(T_0 - T_\alpha)} = e^{-kt}.$$

(II) Adicionando logaritmo natural dos dois lados:

$$\ln \left| \frac{T(t) - T\alpha}{(T_0 - T\alpha)} \right| = \ln |e|^{-kt}$$

$$\ln \left| \frac{T(t) - T\alpha}{(T_0 - T\alpha)} \right| = -kt.$$

(III) Isolando k :

$$k = -\frac{1}{t} \ln \left| \frac{T(t) - T\alpha}{(T_0 - T\alpha)} \right|.$$

Assim, obtemos a expressão que representa a constante k . Vejamos outro dois exemplos a seguir.

Exemplo 1: Suponha que uma xícara de café está a 60°C em uma cozinha de 20°C . Se $k = 0,1$, a temperatura após 6 minutos será:

$$T(t) = T\alpha + (T_0 - T\alpha)e^{-kt}.$$

Substituindo os respectivos valores:

$$\begin{aligned} T(6) &= 20 + (60 - 20)2,71^{-0,1 \cdot 6} \\ T(6) &\approx 41,99^\circ \text{C}. \end{aligned}$$

Exemplo 2: Suponha que uma xícara de café está a 60°C em uma cozinha de 20°C . Se $k = 0,3$, a temperatura após 6 minutos será:

$$\begin{aligned} T(6) &= 20 + (60 - 20)2,71^{-0,3 \cdot 6} \\ T(6) &\approx 26,64^\circ \text{C}. \end{aligned}$$

De fato, observando a resolução dos dois exemplos anteriores, quanto maior o valor de k , maior será a velocidade com que o corpo perde calor.

2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA EM FENÔMENOS FÍSICOS

A matemática, enquanto processo de ensino-aprendizagem, visa interligar o saber escolar a contextos da realidade cotidiana, essa abordagem permite que o estudante consiga desenvolver seu senso crítico, analisar situações e deduzir modelos matemáticos aplicáveis a problemas específicos, reforçando a compreensão teórica por meio da prática.

Para Silva (2022):

[...] a Modelagem Matemática rompe com o chamado “ensino tradicional”, em que os problemas muito pouco têm a ver com a realidade e aos alunos cabe unicamente ouvir, aceitar e reproduzir as verdades que o professor transmite. Na Modelagem Matemática temos um ambiente dialógico em que aprendemos não apenas o conteúdo matemático, mas podemos ir além e discutir sobre a importância desse conteúdo na sociedade. (SILVA, 2022, p.31).

Nesse sentido, a modelagem matemática ajuda o aluno não apenas no seu desenvolvimento cognitivo, mas o estimula a questionar a realidade sobre “como aplicar determinado assunto no meu dia a dia?” ou “como utilizar esse conteúdo para reforçar meu entendimento?”.

Nos fenômenos físicos, o modelo matemático (encontrado a partir da modelagem) frequentemente resulta em equações diferenciais, uma vez que muitas leis naturais são formuladas a partir de taxas de variação em expressões envolvendo derivadas, como resfriamento (objeto dessa pesquisa), decaimento radioativo, oscilações mecânicas, crescimento populacional e dinâmica de circuitos elétricos. Nessas situações, a equação diferencial não apenas modela o comportamento do sistema, mas também permite prever sua evolução a partir de condições iniciais.

Santos (2014, p. 18) afirma que a articulação entre matemática, física e modelagem evidencia que “...é possível que a Matemática e a Física andem juntas, no processo de ensino-aprendizagem, através da Resolução de Problemas e da Modelagem Matemática”. Assim, a integração dessas duas áreas favorece práticas interdisciplinares e amplia as possibilidades de investigação.

Portanto, a modelagem matemática aplicada a fenômenos físicos constitui um elo fundamental entre teoria e realidade empírica. Ela permite não apenas descrever matematicamente processos naturais, mas também interpretar suas causas, prever seu comportamento e aprimorar o entendimento conceitual dos princípios que regem os sistemas físicos. Esse arcabouço teórico, ao ser articulado com experimentação, reforça o caráter investigativo da Matemática e evidencia sua função como linguagem universal das ciências.

3 CONCLUSÃO

A partir desses procedimentos, busca-se evidenciar como a modelagem matemática contribui para a compreensão conceitual das Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) e para a aproximação do discente com fenômenos físicos reais. O foco central consiste em analisar e aplicar a Lei de Resfriamento de Newton, utilizando o arcabouço das EDOs para demonstrar analiticamente a referida

equação e interpretar o comportamento térmico observado experimentalmente. Dessa forma, a articulação entre teoria e experimentação permite consolidar a interpretação de modelos diferenciais frente a processos dinâmicos da natureza.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

PEREIRA, Ivaneide Magali do Nascimento. **Teoria e prática na lei de resfriamento de Newton**. 2019. 44 f. Monografia. Licenciatura em Matemática - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia - IFRO, Campus Cacoal, 2019.

SÁ, Marcos Santos de. **Equações diferenciais ordinárias: aplicações e uma proposta de intervenção no ensino básico**. 2019. 133 f. Dissertação (mestrado em matemática) - Universidade Federal de Sergipe, 2019.

SANTOS, Dioger dos. **A Modelagem Matemática e Resolução de Problemas no ensino interdisciplinar de Matemática e Física**. 2014. 55f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) — Instituto de Matemática e Estatística. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2014

SANTOS, Reginaldo J. **Introdução às equações diferenciais ordinárias**. Belo Horizonte: Imprensa Universitária da UFMG, 2011..

SILVA, Jair Sandro Ferreira da. **Sobre o problema da variação de temperatura de um corpo**. Connection Line, n. 5, p. 44–55, 2010.

SILVA, Liane Maria da. **Modelagem matemática: um olhar a partir de triângulos epistemológicos**. 2022. 90 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2022.

STEWART, James. **Cálculo, volume 2**. 7. Ed.- São Paulo: Cengage Learning, 2013.

ZILL, Dennis G; CULLEN, Michael R. **Equações Diferenciais, vol.1**. 2001.

ZILL, Dennis G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem**. 3. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.